

# TRABAJO FINAL ACADÉMICO

## Título

# DISEÑO DE ACTIVIDADES GEOMÉTRICAS INTERACTIVAS EN EL MARCO CONCEPTUAL DEL MODELO DE VAN HIELE

## Autor

PROF. ING. SERGIO ADOLFO RIZZOLO

## Especialistas

ÁREA DIDÁCTICA: PROF. MARÍA OLGA BOTTAZZI

ÁREA INFORMÁTICA: PROF. GRACIA MARÍA GAGLIANO

## Resumen

Descripción del modelo de Van Hiele, prototipo teórico de referencia frecuente en las investigaciones y diseños curriculares relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Planificación y diseño de la unidad didáctica CUADRILATEROS, dentro del marco conceptual del modelo de Van Hiele y utilizando como recurso didáctico los WebQuest.

Análisis cualitativo de las actividades geométricas interactivas propuestas para la unidad didáctica.

Publicación en la Web de la unidad didáctica:

<http://www.coopvgg.com.ar/sergiorizzolo/>

# ÍNDICE

## 1 MODELO DE VAN HIELE

- 1.1 [Introducción](#)
- 1.2 [Niveles de razonamiento](#)
  - Nivel 1 – Reconocimiento
  - Nivel 2 – Análisis
  - Nivel 3 – Clasificación
  - Nivel 4 – Deducción formal
- 1.3 [Características](#)
  - Jerarquía y Secuencia
  - El lenguaje
  - Métodos de enseñanza y niveles
  - El razonamiento común
- 1.4 [Fases de aprendizaje](#)
  - Fase 1 – Información
  - Fase 2 – Orientación dirigida
  - Fase 3 – Explicitación
  - Fase 4 – Orientación libre
  - Fase 5 – Integración
- 1.5 [Diferencias entre una fase y otra](#)
  - Tipos de problemas
  - Progresos
  - Métodos de enseñanza y fases

## 2 UNIDAD DIDÁCTICA: CUADRILÁTEROS

- 2.1 [Objetivos](#)
- 2.2 [Metodología](#)
- 2.3 [Recursos Didácticos](#)
  - 2.3.1 [Los WebQuest](#)
  - 2.3.2 [Diseño de un WebQuest](#)
    - Introducción
    - Tarea
    - Proceso
    - Recursos
    - Evaluación
- 2.4 [Recursos Informáticos](#)
  - Macromedia Dreamweaver o Microsoft FrontPage
  - Macromedia Flash
  - Editor de libros interactivos multimedia EDI.L.I.M.
  - Nippe Descartes
  - Cabri Java
  - Generador de test
- 2.5 [Redes conceptuales](#)

**3 ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA UNIDAD DE ENSEÑANZA CUADRILÁTEROS**

- [Actividad 1](#)
- [Actividad 2](#)
- [Actividad 3](#)
- [Actividad 4](#)
- [Actividad 5](#)
- [Actividad 6](#)
- [Actividad 7](#)
- [Actividad 8](#)
- [Actividad 9](#)
- [Actividad 10](#)
- [Actividad 11](#)
- [Actividad 12](#)

**4 [BIBLIOGRAFÍA](#)**

**5 [ANEXO: CUADERNILLO DE LABORES](#)**

# 1. MODELO DE VAN HIELE

## 1.1 INTRODUCCIÓN

El modelo abarca dos aspectos:

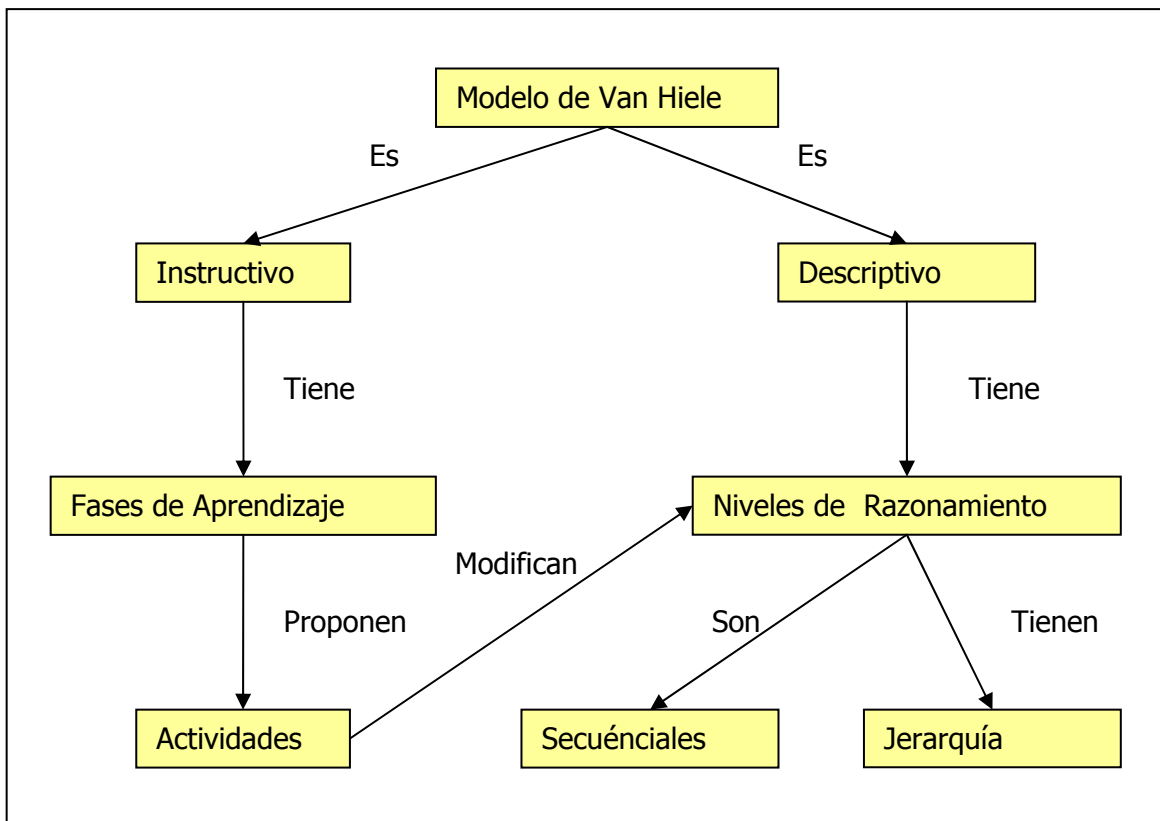
**Descriptivo**, mediante el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar el progreso de estos.

**Instructivo**, que marca unas pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en su nivel de razonamiento geométrico.

La idea central de la componente descriptiva, es que a lo largo del proceso de aprendizaje de la geometría, los estudiantes, pasan por una serie de niveles de razonamiento, que son secuéciales, ordenados y tales que no se puede saltar ninguno.

Cada nivel supone la comprensión y utilización de los conceptos geométricos de una manera distinta, lo cual se refleja en una manera diferente de interpretarlos, definirlos, clasificarlos y hacer demostraciones.

La componente instructiva del modelo, se basa en las fases de aprendizaje, estas constituyen unas directrices para fomentar el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático de los estudiantes y su paso de un nivel de razonamiento al siguiente, mediante actividades y problemas particulares para cada fase.



[Índice](#)

## 1.2 NIVELES DE RAZONAMIENTO

### • NIVEL 1 - RECONOCIMIENTO

Los alumnos perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades, pudiendo incluir atributos irrelevantes en la descripción que hacen.

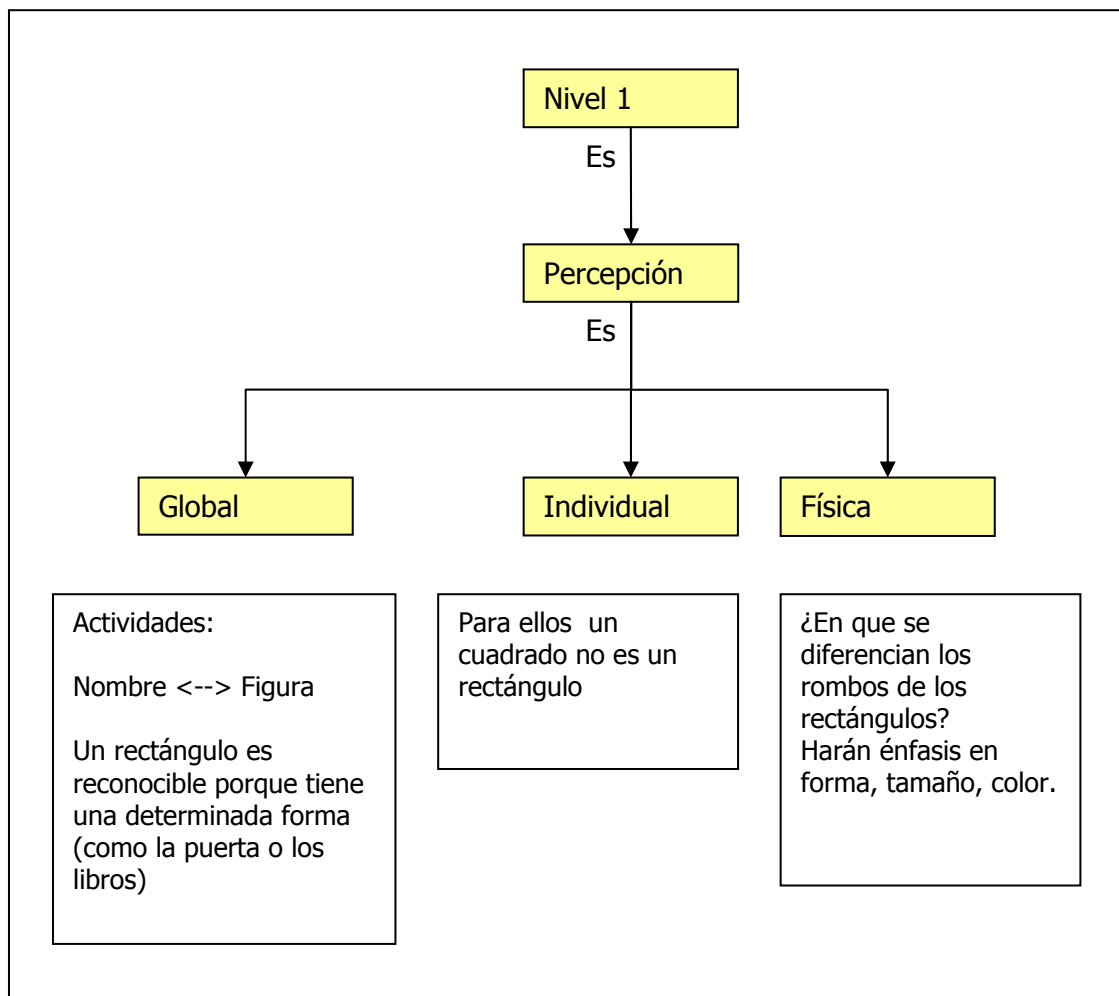
Además, perciben las figuras como objetos individuales, es decir que no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase.

Los estudiantes se limitan a describir el aspecto físico de las figuras; los reconocimientos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realizan se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas.

Los estudiantes no suelen reconocer las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Las descripciones de las figuras están basadas en sus semejanzas con otros objetos (no necesariamente geométricos) que conocen; suelen usar frases como "...se parece a...", "...tiene forma de...", etc.

Los estudiantes no suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

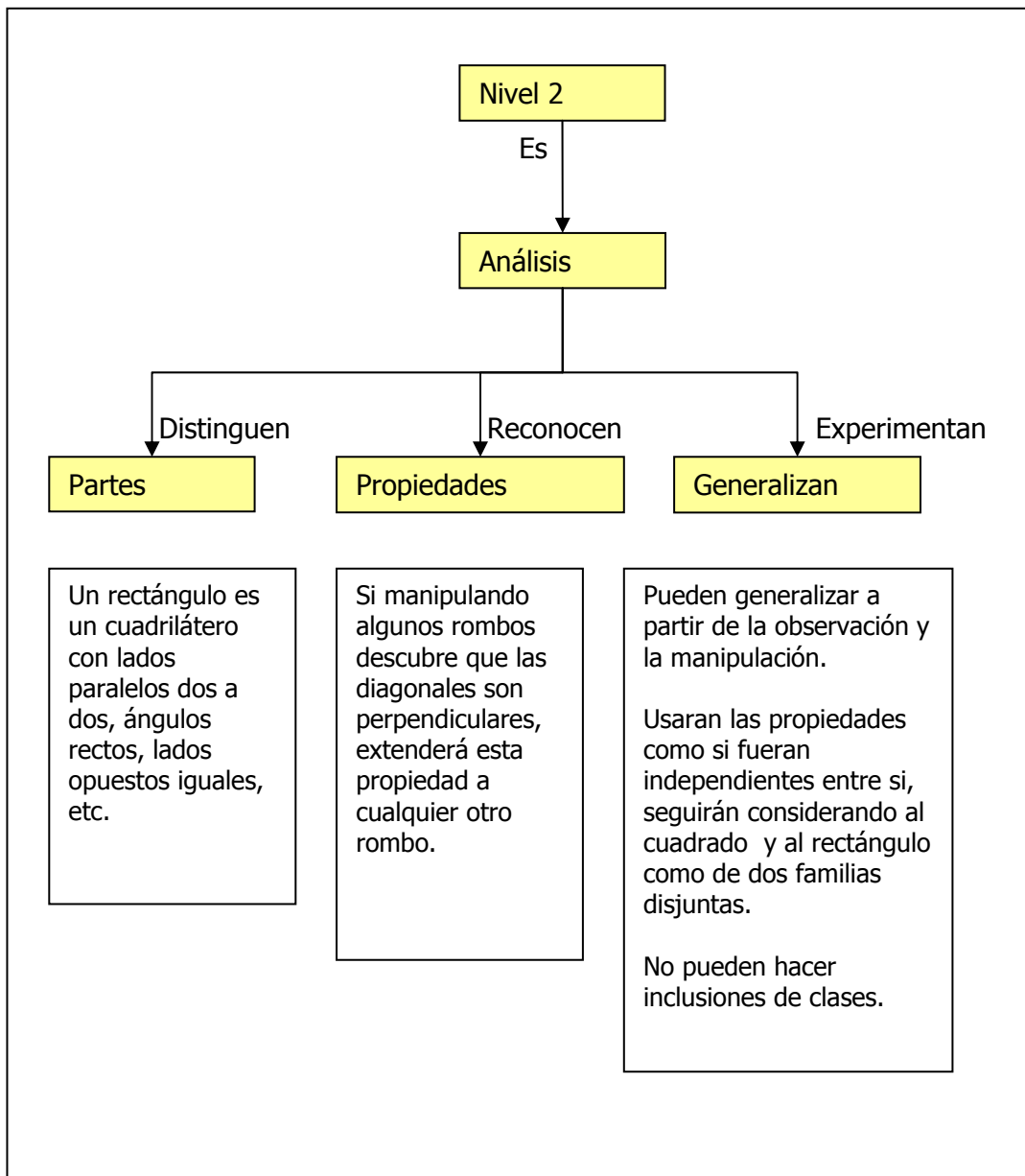


## • NIVEL 2 - ANÁLISIS

Los estudiantes se dan cuentas de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y que están dotadas de propiedades matemáticas; pueden describir las partes que integran una figura y enunciar sus propiedades, siempre de manera informal.

Además de reconocer las propiedades matemáticas mediante la observación de las figuras y sus elementos, los estudiantes pueden deducir otras propiedades generalizándolas a partir de la experimentación.

Sin embargo, no son capaces de relacionar unas propiedades con otras, por lo que no pueden hacer clasificaciones lógicas de figuras basándose en sus elementos o propiedades.

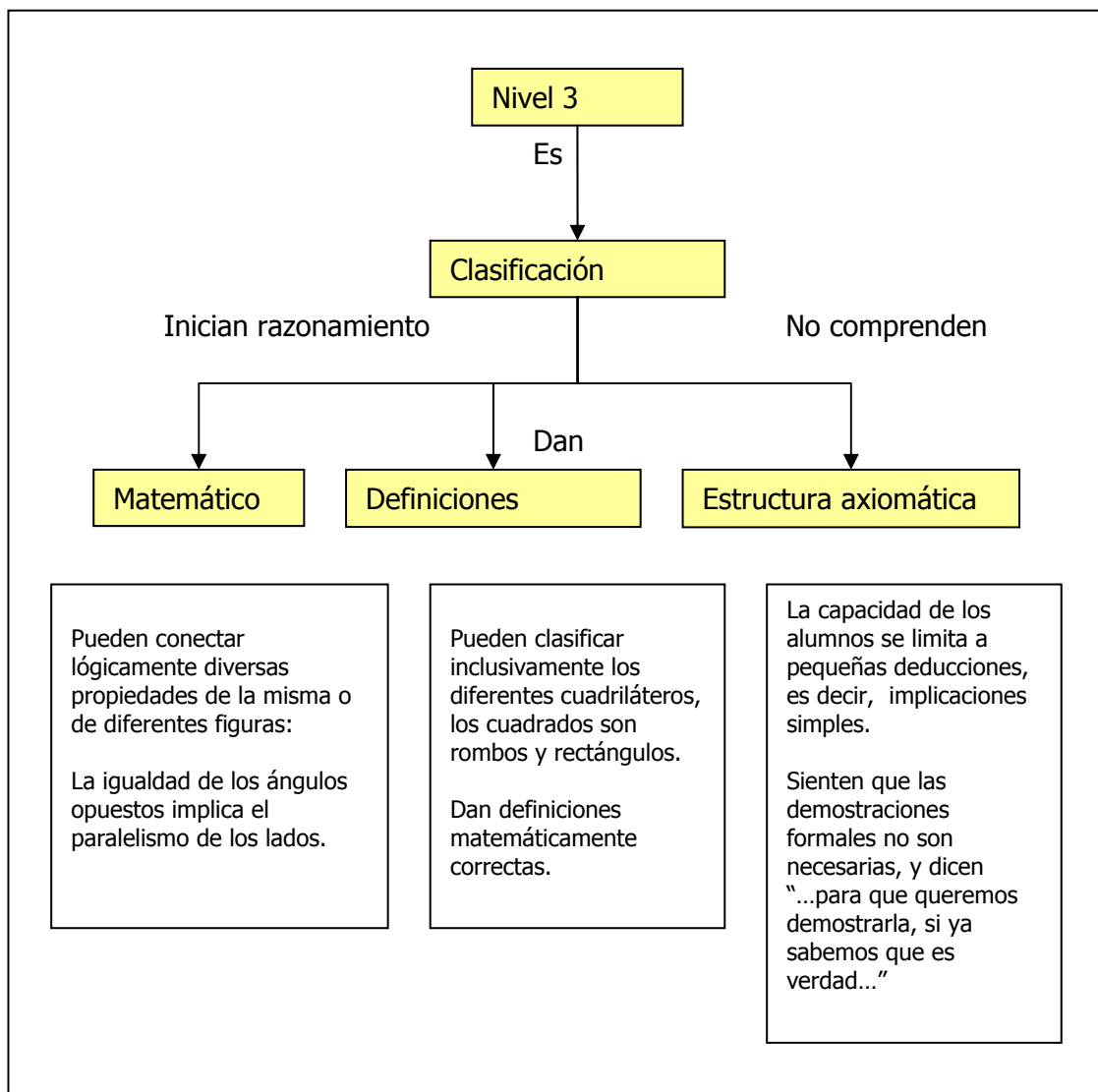


### • NIVEL 3 - CLASIFICACIÓN

En este nivel comienza la capacidad de razonamiento formal (matemático) de los estudiantes. Ya son capaces de reconocer que unas propiedades se deducen de otras y de descubrir esas implicaciones; en particular pueden clasificar lógicamente las diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades o relaciones ya conocidas. No obstante, sus razonamientos lógicos se siguen apoyando en la manipulación. Los estudiantes pueden describir una figura de manera formal, es decir pueden dar definiciones matemáticamente correctas, comprenden el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.

Si bien los estudiantes comprenden los sucesivos pasos individuales de un razonamiento lógico formal, lo ven de forma aislada, no entienden la necesidad de encadenamiento de estos pasos, ni entienden la estructura de la demostración.

Al no ser capaces de realizar razonamientos lógicos formales ni sentir su necesidad, los alumnos no comprenden la estructura axiomática de las matemáticas.

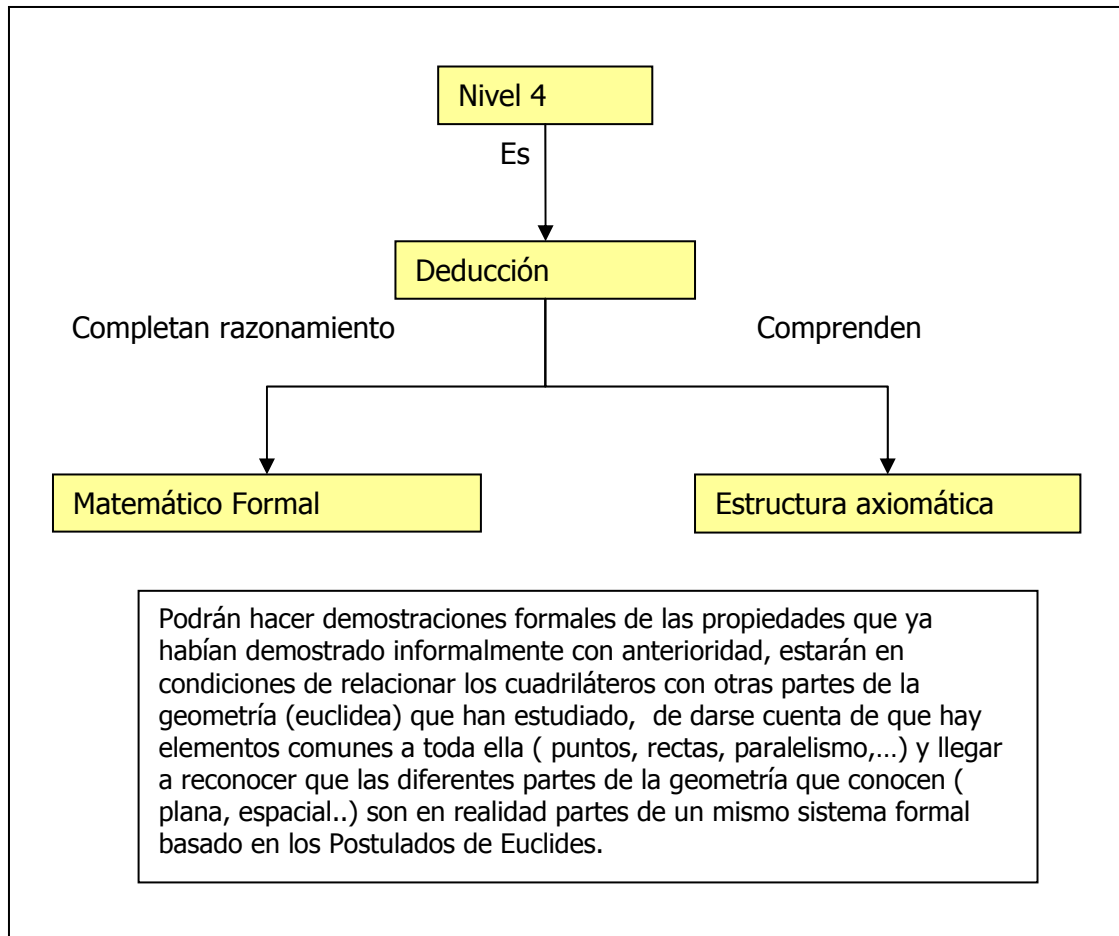


## NIVEL 4 - DEDUCCIÓN FORMAL

Alcanzando este nivel, los estudiantes pueden entender y realizar razonamientos lógicos formales; las demostraciones (de varios pasos) ya tienen sentido para ellos y sienten su necesidad como medio para verificar la verdad de una afirmación.

Comprenden la estructura axiomática de las matemáticas, es decir el sentido de la utilidad de términos no definidos, axiomas, teoremas,...

Los estudiantes aceptan la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas, la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto...



[Índice](#)

### 1.3 CARACTERÍSTICAS

- **LA JERARQUIZACIÓN Y SECUENCIALIDAD DE LOS NIVELES.**

Cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior. En el nivel 1 no se reconoce la importancia de las partes de las figuras, en el nivel 2 no se reconoce la existencia de las relaciones de implicación entre propiedades de las figuras, en el nivel 3 no se reconocen la existencia de conexiones o encadenamientos entre distintas implicaciones para construir demostraciones formales.

Así pues los niveles de Van Hiele tienen una estructura recursiva, ya que en el nivel N (1, 2, 3) hay determinadas habilidades que están siendo usadas implícitamente por los estudiantes y cuyo uso explícito se aprende en el nivel N+1.

	<b>Elementos explícitos</b>	<b>Elementos implícitos</b>
<b>Nivel 1</b>	Figura	Partes y propiedades De las figuras
<b>Nivel 2</b>	Partes y propiedades De las figuras	Implicaciones entre propiedades
<b>Nivel 3</b>	Implicaciones entre propiedades	Deducción formal de teoremas
<b>Nivel 4</b>	Deducción formal de teoremas	

La actividad que realice el estudiante debe estar orientada a hacerle consciente de esa habilidad implícita, para ello será necesario plantearle actividades en la que se requiera la utilización de dicha habilidad, ya que la práctica repetida y la experiencia son las que darán lugar al desarrollo de su forma de razonar.

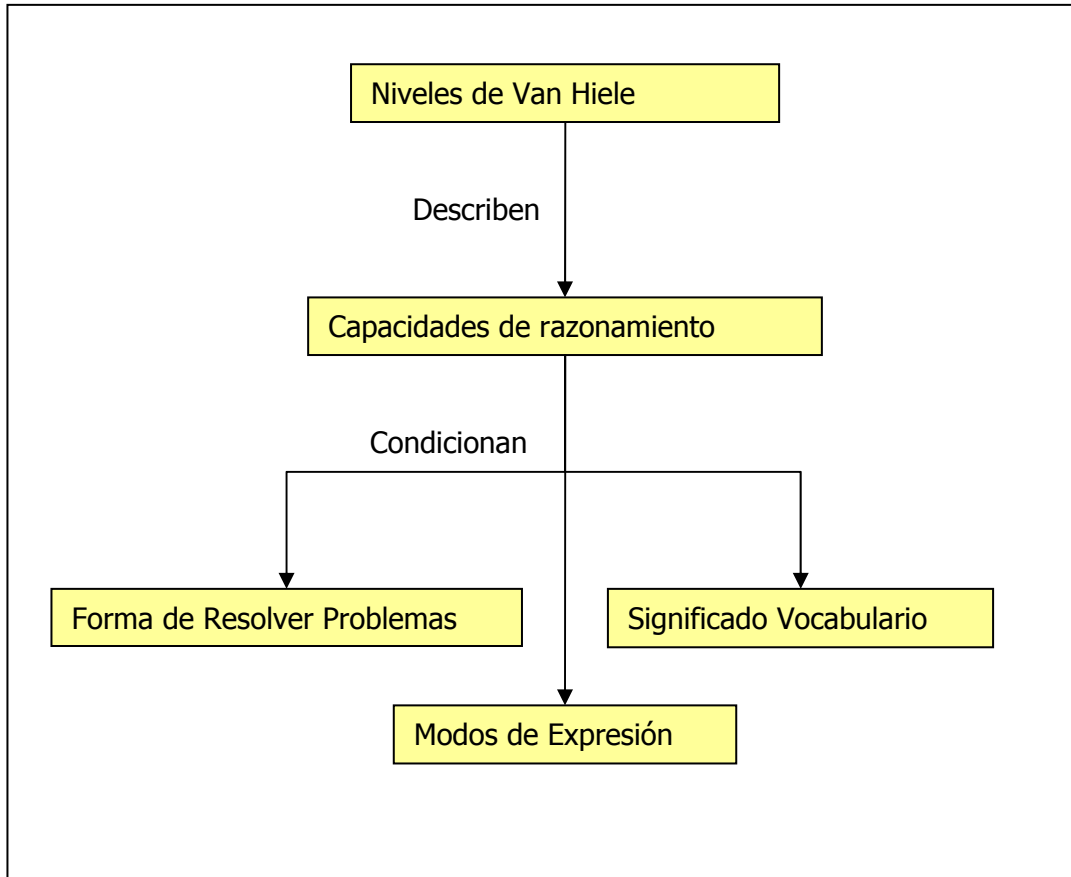
No es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado el nivel anterior. Hay una estrecha relación con las cuatro etapas del aprendizaje:

- a) **Incompetencia inconsciente:** uno se siente excitado por resolver un problema, pero como nunca lo hizo antes no sabe que es lo que necesita aprender.
- b) **Incompetencia consciente:** al constatar un fracaso en la resolución del problema, se da cuenta de que hay cosas que no sabe.
- c) **Competencia consciente:** por medio del ensayo y error uno corrige los errores. Ha observado, generalmente en el nivel inconsciente, que es lo que hizo que causó el error
- d) **Competencia inconsciente:** ya no piensa en lo que hace. Tiene el conocimiento necesario y automáticamente lo utiliza para resolver un problema.

[Índice](#)

- **EL LENGUAJE**

Las diferentes capacidades de razonamiento asociadas a los niveles de Van Hiele no solo se reflejan en la forma de resolver los problemas propuestos, sino en la forma de expresarse y en el significado que se le da a cada vocabulario.



[Índice](#)

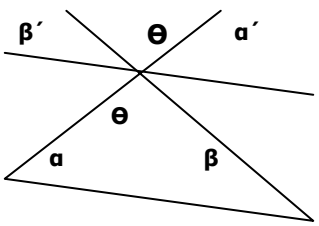
## Ejemplos

Significado de la palabra "inclusión"

Si un profesor utiliza esta palabra en el nivel 3, queriendo significar

$\{\text{Cuadrado}\} \subset \{\text{Rectángulo}\}$  será entendido por sus alumnos, pero alumnos del nivel 2 no entenderán este argumento.

Significado de la palabra "demostrar"

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Carece por completo de significado	Significa comprobar que la afirmación es cierta en unos pocos casos, incluso en uno solo, haciendo mediciones con alguna herramienta.	Significado próximo al matemático, usa argumentos de tipo informal, basados en la observación de ejemplos concretos.	Significado usual entre los matemáticos
¿Es verdad que los ángulos de cualquier triángulo suman $180^\circ$ ? Justifica tu respuesta.			
"No, porque los ángulos de cualquier triángulo pueden medir lo que quieran y al sumarlos puede salir una cifra cualquiera."	<p>En un triángulo equilátero, cada ángulo <math>60^\circ</math>, suma=180.</p> <p>En un triángulo cualquiera usa el transportador para medir los ángulos.</p>	Las justificaciones dadas corresponden a la figura concreta que se ha dibujado	 <p><math>\alpha = \alpha'</math> correspondientes entre //  <math>\beta = \beta'</math> "  <math>\theta = \theta'</math> opuestos por el vértice                      como <math>\alpha' + \beta' + \theta' = 180^\circ</math>, entonces  <math>\alpha + \beta + \theta = 180^\circ</math></p>

Hemos visto, con estos ejemplos, como una palabra, tiene significados diferentes en los diferentes niveles, es decir, que a cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico. Las implicaciones que esto tiene para las actividades de los profesores en sus clases son evidentes y trascendentales. Si un profesor quiere hacerse comprender por sus alumnos, debe hablarles en su nivel de lenguaje, es decir, debe amoldarse al nivel de razonamiento de los estudiantes para, a partir de ahí, tratar de guiarles para que lleguen al nivel superior, lo contrario provocará en poco tiempo la incompreensión mutua.

El paso de un nivel al siguiente se produce en forma continua

Si bien existen discrepancias, se considera que el paso de un nivel de razonamiento al siguiente, se produce de manera gradual y que durante algún tiempo, el estudiante se encontrará en un período de transición en el que combinará razonamientos de un nivel y del otro. La evidencia de este período será que el estudiante mostrará deseos de usar el nivel superior, pero cuando encuentre dificultades o dudas tendrá a refugiarse en la seguridad del nivel inferior, en el que se siente más cómodo.

- **MÉTODO DE ENSEÑANZA Y NIVELES**

La idea central del modelo de Van Hiele en lo que respecta a la relación entre la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de las capacidades de razonamiento, es que la adquisición por una persona de nuevas habilidades es fruto de su propia experiencia.

La enseñanza adecuada es por lo tanto aquella que proporcione dicha experiencia. Serán más válidos los métodos activos, inductivos, es decir, aquellos en los cuales el alumno es algo más que un simple receptor pasivo de información, frente a las clases magistrales, la lectura del libro, y los demás métodos de enseñanza típicamente deductivos en los que se presenta el producto final.

La maduración que lleva a un nivel superior tiene lugar de una forma especial. Se pueden revelar varias fases en ella (esta maduración debe considerarse, por encima de todo, como un proceso de aprendizaje, y no como una maduración de tipo biológico). Por lo tanto es posible y deseable que el profesor ayude y la acelere. El objetivo del arte de enseñar es precisamente enfrentarse a la cuestión de cómo se pasa a través de estas fases y cómo se puede ayudar al estudiante de forma eficaz.

El planteamiento marca una diferencia entre Piaget y Van Hiele, ya que para el primero el aprendizaje matemático y el desarrollo intelectual están íntimamente ligados al desarrollo biológico. Van Hiele es más explícito todavía cuando postula: "La imposibilidad de los niños para pensar lógicamente no procede de la falta de maduración, sino de una ignorancia de las reglas de la lógica. El niño no tiene a su disposición la estructura a partir de las cuales se originan las preguntas.

- **EL RAZONAMIENTO COMÚN**

La forma como las personas razonan en sus actividades diarias es contraria, en muchos casos, a la forma de razonar en matemática, constituyendo el razonamiento común un obstáculo epistemológico, que conduce a innumerables errores que se manifiestan de dos maneras, equivalentes desde el punto de vista lógico.

Considerar válido el recíproco de una implicación basándose meramente en la validez de su forma directa, es decir, deducir la veracidad del antecedente basándose en la del consecuente:

<p><i>Proposición :</i> <i>Si <math>p</math> entonces <math>q</math></i></p>	<p><b><i>Proposición:</i></b> <b><i>Si un cuadrilátero es rombo entonces sus diagonales son perpendiculares.</i></b></p>
<p><i>Conclusión errónea :</i> <i>Es así que <math>q</math> entonces <math>p</math></i></p>	<p><b><i>Conclusión errónea de algunos alumnos:</i></b> <b><i>Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares entonces es rombo.</i></b></p>

Considerar válido el contrario de una implicación, esto es, deducir la negación del consecuente con base en la negación del antecedente:

Proposición :  
Si  $p$  entonces  $q$

**Proposición:**  
*Si un punto es punto medio de un segmento entonces equidista de sus extremos.*

Conclusión errónea :  
Es así que  $\bar{p}$  entonces  $\bar{q}$

**Conclusión errónea de algunos alumnos :**  
*Si un punto no es punto medio de un segmento entonces no equidista de sus extremos.*

Es común enfrentarse ante situaciones como éstas o similares. Pero ¿por qué razonan los alumnos de esa manera? Una postura muy frecuente es la de descalificar a los alumnos y afirmar en forma simplista que "no saben razonar". Sin embargo, el problema no es tan sencillo. Los alumnos sí saben razonar, pero saben hacerlo como lo han aprendido, como se les ha enseñado, saben razonar como se hace en el día a día de sus actividades y seguramente dentro de ese contexto se desenvuelven correctamente. El problema radica en que esa forma cotidiana de razonar en muchas ocasiones está reñida con la forma de razonar en matemática, basada como sabemos en la lógica formal. Pero el alumno no está al tanto de esto. Él tiene la concepción de que su forma de razonar, que tantos resultados positivos le ha dado en su interacción social, es universalmente válida y que no existe por tanto ninguna otra. Y es precisamente tal concepción, tan fuertemente arraigada, la que se constituye en obstáculo para razonar correctamente en el contexto matemático.

Si a un grupo de alumnos se le plantea la siguiente proposición: "Si una persona nace en Rosario, entonces es Argentina" e inmediatamente se le sugiere: "Alicia es Argentina, ¿podemos concluir que es rosarina?" responderán al unísono que no. No obstante, cuando se les hace el siguiente planteamiento: "Pedro afirmó que si se ganara el Quina 6 viajaría a Europa" y luego se les pregunta: "Suponiendo que no mintió, ¿qué podemos concluir si Pedro viaja a Europa?" responden igualmente casi al unísono "Que se sacó el Quina 6". O si se les pregunta: "¿Qué podemos concluir si Pedro no se saca el Quina 6?" responderán en su inmensa mayoría "Que no viajará a Europa".

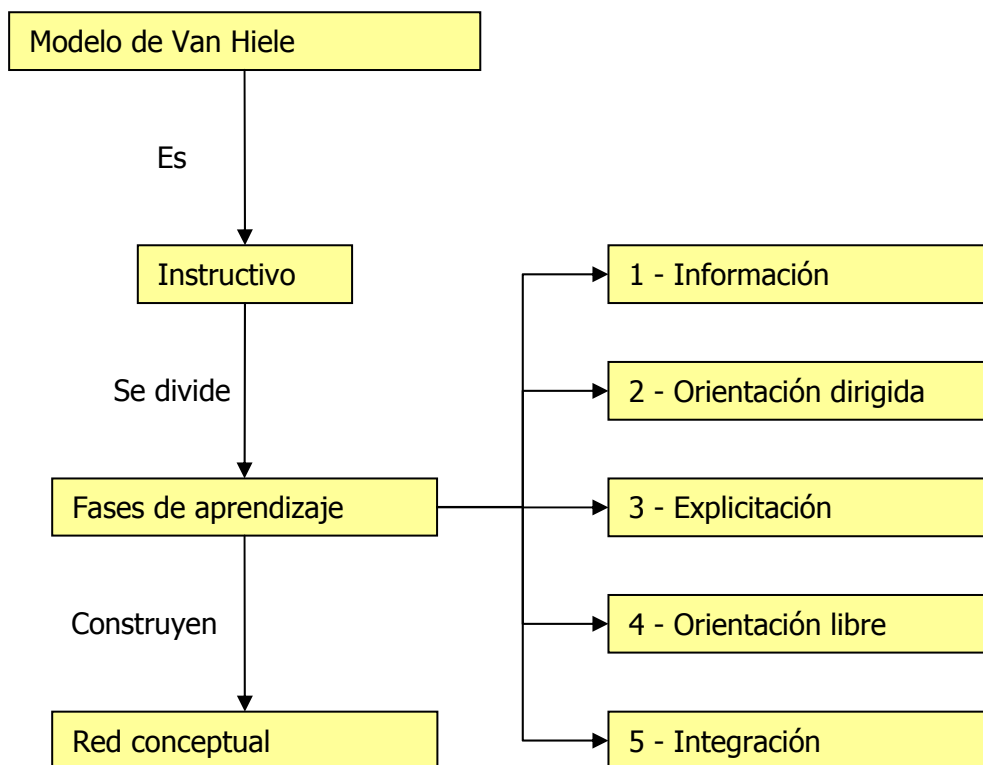
Desde el punto de vista de su estructura lógica, ambas proposiciones son iguales -una implicación que es verdadera en su forma directa. Estrictamente con base en tales proposiciones no es posible afirmar la validez del recíproco ni del contrario en ninguno de los dos casos. No obstante, el común de las personas, y por tanto los alumnos, están conscientes de esto en la primera proposición, pero no en la segunda. La diferencia está en que, para el primer caso, el alumno conoce de antemano la existencia de otras posibilidades que conducen por igual al consecuente: una persona puede nacer en Bs. As. Y ser igualmente Argentina. Sin embargo, para el segundo caso, el alumno ignora si existen o no otras posibilidades -pues Pedro ha mencionado sólo una- y eso lo lleva a presumir que tales posibilidades no existen -cosa que sin embargo Pedro no ha dicho-. Es decir, el ignorar la existencia o no de otras posibilidades lo conduce a concluir que no existen. Pero, nuevamente, no es el alumno el culpable de tal confusión. Es justamente en esa forma que generalmente se razona en la interacción social de todos los días. Cuando se está al tanto de sólo una posibilidad automáticamente se supone que es la única posibilidad convirtiendo en consecuencia el "si" condicional en un "si y sólo si", haciendo por tanto válido el recíproco y el contrario de la implicación.

[Índice](#)

## 1.4 FASES DE APRENDIZAJE

Van Hiele caracteriza el aprendizaje como resultado de la acumulación de la cantidad suficiente de experiencias adecuadas; por lo tanto, existe la posibilidad de alcanzar niveles más altos de razonamiento fuera de la enseñanza escolar si se consiguen las experiencias apropiadas. No obstante, esas experiencias, aunque existen y no deben despreciarse, generalmente no son suficientes para producir un desarrollo de la capacidad de razonamiento completo y rápido, por lo que la misión de la educación matemática escolar es proporcionar experiencias adicionales, bien organizadas, para que sean los más útiles posibles.

A lo largo de estas fases, el docente debe procurar que sus alumno construyan la red mental de relaciones del nivel de razonamiento al que deben acceder, creando primero los vértices de la red, y después las conexiones entre ellos. Dicho de otra manera es necesario conseguir en primer lugar, que los estudiantes adquieran de manera comprensiva, los conocimientos básicos necesarios, (nuevos conceptos, propiedades, vocabulario...) con los que tendrán que trabajar, para después centrar su actividad, en aprender a utilizarlos y combinarlos.

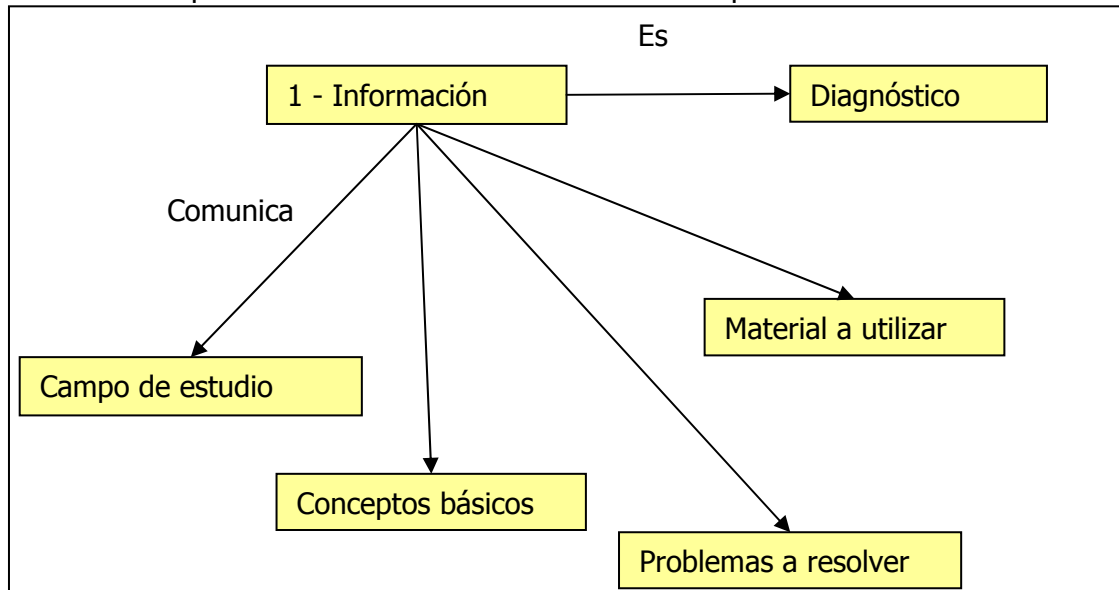


[Índice](#)

## • FASE 1 - INFORMACIÓN

Se trata de una fase de toma de contacto. El profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio, en el que van a trabajar, que tipos de problemas se van a plantear, que materiales se van a utilizar, etc. Así mismo, los alumnos aprenderán a manejar el material y adquirirán una serie de conocimientos básicos imprescindibles para poder empezar el trabajo matemático propiamente dicho.

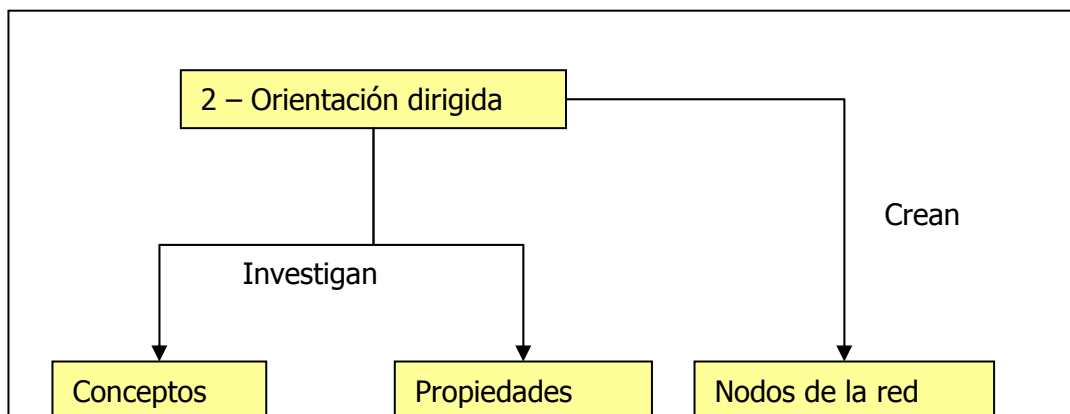
Esta es también una fase de información para que el profesor, averigüe los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema que se va a abordar.



## FASE 2 - ORIENTACIÓN DIRIGIDA

En esta fase los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que les ha sido proporcionado. El objetivo principal de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan, y aprendan cuales son los conceptos, propiedades, figuras etc. principales en el área de la geometría que están estudiando. En esta fase se construirán los elementos básicos de la red de relaciones del nuevo nivel. Van Hiele afirma, refiriéndose a esta fase, que "las actividades, si son escogidas cuidadosamente, forman la base adecuada del pensamiento del nivel superior"

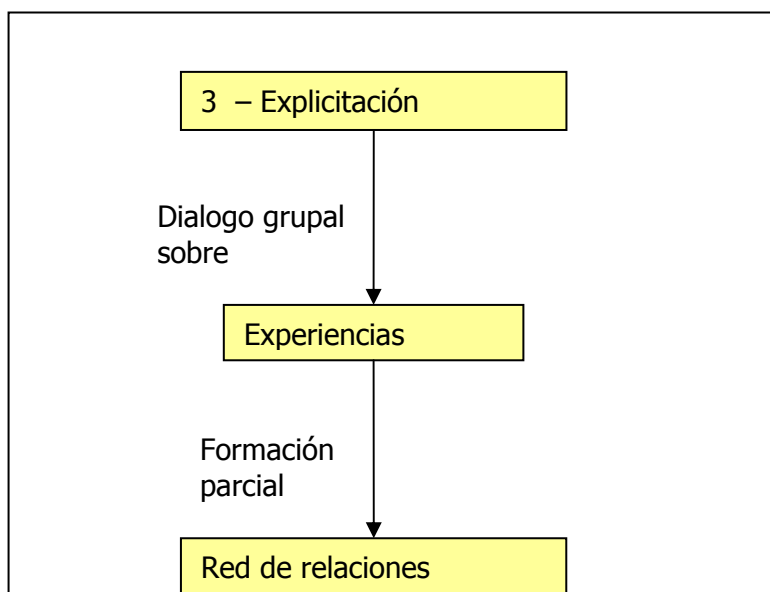
El trabajo que vayan a hacer estará seleccionado de tal forma que los conceptos y estructuras características se les presenten de forma progresiva.



### FASE 3 - EXPLICITACIÓN

Una de las finalidades principales de la tercera fase es que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen como han resuelto las actividades, todo esto en un contexto de diálogo en el grupo. Este diálogo hará que sea en el transcurso de esta fase cuando se forma parcialmente la nueva red de relaciones.

La fase 3 no es una fase de aprendizaje de cosas nuevas, sino de revisión del trabajo hecho antes, de puesta a punto de conclusiones y de práctica y perfeccionamiento en la forma de expresarse.

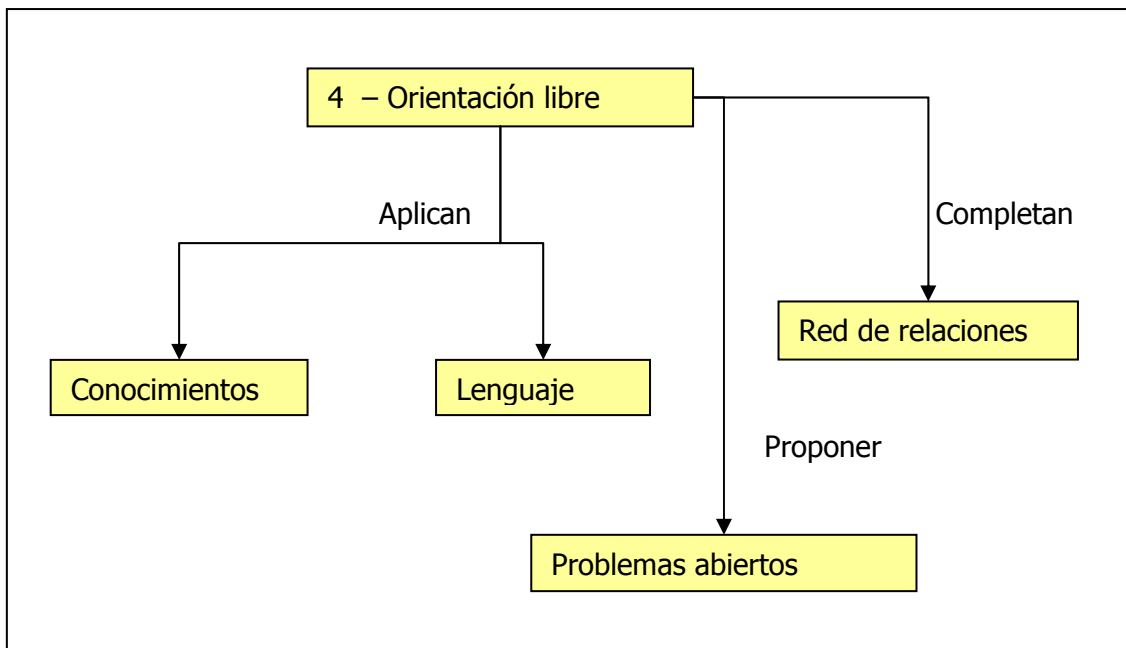


### FASE 4 - ORIENTACIÓN LIBRE

Ahora los alumnos deben aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir a otras investigaciones diferentes de las anteriores. Los alumnos mejoran los conocimientos del tema en estudio mediante el planteamiento por el profesor de problemas que, puedan desarrollarse de diversas formas o que puedan llevar a diferentes soluciones. En estos problemas se colocaran indicios que muestren el camino a seguir, pero de forma que el estudiante tenga que combinarlos adecuadamente, aplicando los conocimientos y la forma de razonar que han adquirido en las fases anteriores.

Los problemas de esta fase deben presentar situaciones nuevas, ser abiertos, con varios caminos de solución. Este tipo de actividad es la que permitirá completar la red de relaciones que empezó a formar en las fases anteriores, dando lugar a que se establezcan las relaciones más complejas y más importantes.

[Índice](#)

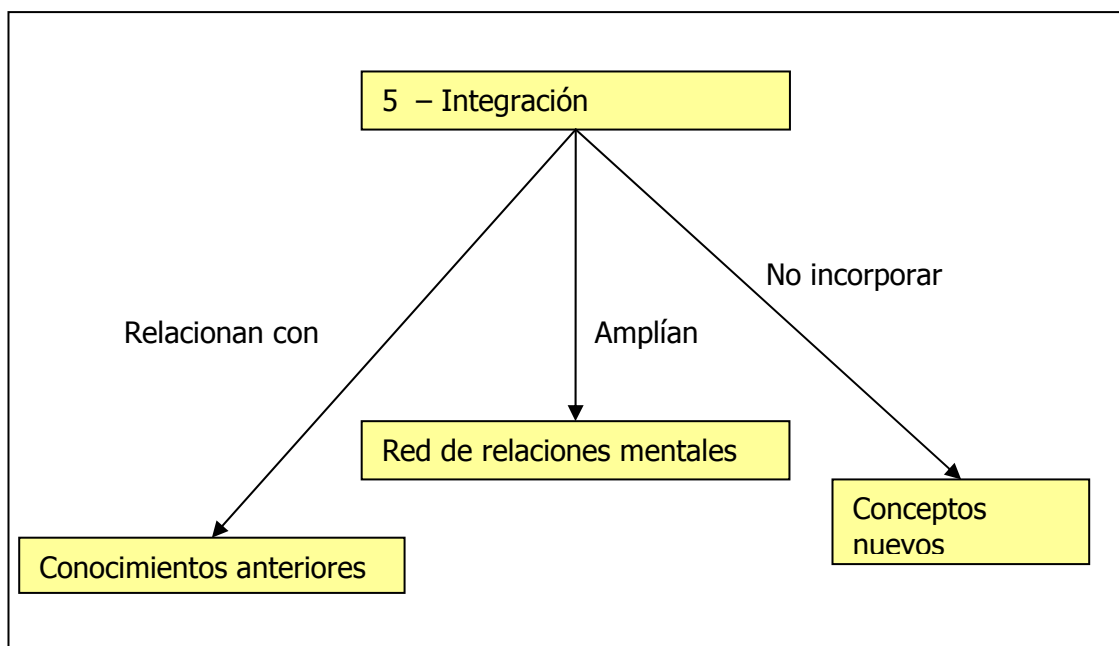


### FASE 5 - INTEGRACIÓN

A lo largo de las fases anteriores, los estudiantes han adquirido nuevos conocimientos y habilidades, pero todavía deben adquirir una visión general de los contenidos, y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hallan estudiado; se trata de condensar en un todo el dominio que ha explorado su pensamiento.

Es importante que estas comprensiones globales no le aporten ningún concepto o propiedad nuevo al estudiante. Solamente deben ser una acumulación, comparación y combinación de de cosas que ya conoce.

Completada esta fase los alumnos tendrán a su disposición una nueva red de relaciones mentales, mas amplia que la anterior, y que la sustituye, y habrán adquirido un nuevo nivel de razonamiento.



## 1.5 DIFERENCIAS ENTRE UNA FASE Y OTRA

- **TIPOS DE PROBLEMAS**

**Fase 1:** tienen como finalidad revelar a los estudiantes cuál será el área de la geometría que van a estudiar, su misión principal no es la de ser resueltos, pues unas veces serán muy simples y otras carecerán de conocimientos necesarios para llegar a la solución.

**Fase 2:** sirven para delimitar los elementos principales (conceptos, propiedades, definiciones...) que los alumnos deben estudiar y sobre los que deben aprender a razonar. Por lo tanto los problemas deben plantear situaciones en cuya resolución deba aparecer alguno de dichos elementos.

**Fase 4:** no deben ser rutinarios, deben ser más complejos que en la parte anterior, y deben obligar a los estudiantes, a combinar sus conocimientos y a ampliarlos en situaciones diferentes de las que sirvieron para el aprendizaje inicial. Pueden volver a plantearse los problemas que en la fase 1 eran irresolubles.

**Fase 5:** deben plantear situaciones amplias, en las que no halla predominio de ninguna de las partes que se acaban de integrar, sino que intervengan varias de ellas.

- **PROGRESOS**

La adquisición de los niveles superiores, en particular el 3 y el 4, suele ser un proceso de varios años, por lo que no es de extrañar que al terminar el curso los estudiantes sigan estando en el mismo nivel que al principio, si bien estarán más cerca de lograr el nivel superior.

Dentro de una programación global que incluya varios niveles se presentará muy difusa la diferencia entre las actividades de las fases 4 o 5 de un nivel y las fases 1 o 2 del siguiente. Por este motivo en la práctica no se producirá ningún cambio brusco cuando se termine de trabajar en un nivel y se empiece a trabajar en el siguiente.

La secuencia de niveles es inalterable, por lo que no se debe pretender que una persona alcance un nivel de razonamiento, mientras no haya adquirido suficiente destreza en los anteriores niveles.

- **MÉTODO DE ENSEÑANZA Y FASES**

No se debe intentar seguir las pautas de ninguna teoría pedagógica-didáctica-psicológica-educativa al pie de la letra, pues nos movemos en un terreno, en el que el elemento principal, nuestros alumnos, es enormemente diverso y, por lo tanto, es necesario que los profesores estemos libres para hacer modificaciones de acuerdo con la situación concreta del momento.

En lo que se refiere a las fases de aprendizaje, las fases 2, 3, y 4 son fundamentales para conseguir un buen aprendizaje de los contenidos y un buen desarrollo de las capacidades de razonamiento por lo que no debe ser obviada ninguna de ellas, ni deben desordenarse.

La fase 3 no debe entenderse como un período concreto de tiempo entre la 2 y 4 dedicado exclusivamente al diálogo, sino que hay que entenderla más como una

actitud por parte del profesor, continua durante todo el tiempo, de incitar a los alumnos a que dialoguen que expliquen sus descubrimientos, formas de trabajo, dudas, fallos, opiniones, etc.

Cuando tanto profesores como alumnos tienen ya información adecuada, la fase 1 no será necesaria. Esto sucede cuando en un curso la adquisición de un nivel y el comienzo del trabajo sobre el nivel siguiente, por lo que el trabajo de las fases 4 o 5 se continúa con la fase 2 del nivel siguiente.

La fase 5 puede eliminarse en determinados casos, por ejemplo en los niveles inferiores de razonamiento o cuando el tema de trabajo es nuevo y muy desligado de los otros temas que conocen los alumnos.

En resumen: las fases de aprendizaje deben reflejarse en un estilo de enseñanza de la geometría y de la organización de la docencia.

[Índice](#)

## 2. UNIDAD DIDÁCTICA: CUADRILÁTEROS-8º EGB3

### 2.1 OBJETIVOS

En general los alumnos del 8º grado de la EGB tienen un alto grado de adquisición del nivel 1 y un muy bajo grado de adquisición del nivel 2, en consecuencia se realizó el diseño de la unidad didáctica de modo que se adaptara a las especificidades de los alumnos y que les fuera posible completar la adquisición del nivel 2 de razonamiento y transitar hacia el nivel 3.

Se pretende la consecución de dos tipos de Objetivos, los relacionados con las habilidades de razonamiento y los relacionados con el aprendizaje de los conocimientos geométricos.

Conocimientos y niveles de razonamiento de los estudiantes no pueden considerarse como realidades absolutamente disociadas. Es necesario pensar el progreso a través de los niveles de razonamiento como un proceso constructivo obligatoriamente ligado al dominio de redes conceptuales cada vez más complejas.

OBJETIVOS	
NIVELES DE RAZONAMIENTO	CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS
<p><b>Nivel 2</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Analizar los elementos componentes de un cuadrilátero.</li><li>• Construir cuadriláteros a partir de una propiedad dada.</li><li>• Agrupar cuadriláteros atendiendo a sus características.</li><li>• Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.</li></ul> <p><b>Nivel 3</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Establecer relaciones entre propiedades</li><li>• Realizar clasificaciones (inclusivas-exclusivas)</li><li>• Formalizar definiciones</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conocer y utilizar adecuadamente los elementos de un cuadrilátero: Lados, vértices, ángulos, diagonales.</li><li>• Conocer los diferentes tipos de cuadriláteros y nombrarlos adecuadamente.</li><li>• Usar adecuadamente el vocabulario geométrico básico.</li><li>• Construir cuadriláteros.</li><li>• Utilizar correctamente diferentes instrumentos de medida de longitud y ángulos.</li></ul>

[Índice](#)

## 2.2 METODOLOGÍA

Un trabajo coherente en el marco del modelo de Van Hiele implica tener en cuenta en "un plano de igualdad" las dos componentes esenciales del modelo: niveles de razonamiento y fases de aprendizaje. De una lectura atenta de la descripción de dichas fases se desprende una clara invitación a la adopción de metodologías activas.

La estructura de las fases de aprendizaje y las características propias de cada fase se compadecen bien con los principios didácticos generales del aprendizaje por descubrimiento en sus formulaciones más recientes.

La secuencia de tareas a realizar en la fase 2 debe diseñarse partiendo del conocimiento del alumno y con la intención de que emerjan las ideas previas y se ocasionen conflictos cognitivos tanto personales como grupales. Asimismo, una planificación cuidadosa de la secuencia tendrá en cuenta la necesidad de conseguir pequeños éxitos que estimulen su autoestima y favorezcan una actitud positiva hacia las matemáticas.

Puesto que el modelo de Van Hiele concibe el aprendizaje como una construcción personal, el papel del profesor una vez culminada la fase de diseño, debe ser eminentemente orientador y mediador.

Al profesor corresponde la generación de un clima de confianza en el que la conciencia de estar ocasionalmente siguiendo caminos erróneos no signifique instalarse en el fracaso.

Debe generar un ambiente propicio para que, sin anular la actividad individual de los alumnos, sea posible el trabajo colectivo de pequeño grupo en la resolución de tareas.

No debe entenderse la fase 3 intercalada rígidamente entre la anterior y la posterior, si no como una actitud metodológica, pues como dijo Bruner (1966) **"el lenguaje es no solo el medio de intercambio sino el instrumento que puede emplear el que aprende para ordenar su entorno."** Por lo tanto la comparación de respuestas, la puesta en común de opiniones, la participación activa del alumno en debates colectivos deben ser componentes habituales de la dinámica del trabajo grupal.

La fase 4 ofrece una buena oportunidad para la resolución de problemas o el desarrollo de investigaciones, o tareas de carácter exploratorio. Es necesario que los alumnos utilicen estrategias heurísticas de carácter general así como que tomen conciencia de sus propias formas de pensamiento. Esta fase debe ser también usada como mecanismo de control de "calidad" del proceso. La constatación de un razonable éxito indicará la conveniencia de pasar, en la fase 5, a organizar lo aprendido haciendo explícita la nueva red conceptual construida y el conjunto de habilidades de razonamiento adquirido.

Con el planteamiento de una tarea se pretende que el alumno se enfrente a una situación problemática cuyo proceso de resolución le revele un concepto, una forma geométrica o una proposición, de un modo significativo.

[Índice](#)

## **2.3 RECURSO DIDÁCTICO**

### **2.3.1 LOS WEBQUEST**

Dado que el presente proyecto tiene como objetivo fundamental la integración del modelo de Van Hiele y de las nuevas Técnicas de Comunicación e Información (TIC), se eligió como recurso didáctico los WebQuest para hacer eficiente el uso educativo de Internet.

Un WebQuest es una actividad enfocada a la investigación, en la que la información usada por los alumnos es, en su mayor parte, descargada del Web.

Los WebQuest se diseñan para rentabilizar el tiempo del alumno, centrando la actividad en el uso de la información, más que en su búsqueda, y para apoyar la reflexión del alumno en los niveles de análisis, síntesis y evaluación.

Generalmente en los trabajos de investigación en Internet, los alumnos van copiando y pegando información obtenida de aquí y de allá, realizan un trabajo sin el más mínimo sentido crítico, acumulando hojas de información, que la mayoría de las veces no se han leído.

Se hace entonces indispensable programar pautas y una estructuración del trabajo a realizar por los alumnos, creando un método a la manera del "método científico" para los investigadores, adaptándolo para cada materia y unidad didáctica de que se trate.

Partiendo de la programación de la unidad didáctica realizada para la clase convencional se diseña la guía didáctica "Webquest" para dirigir al alumno en su aprendizaje, fundamentalmente, a través de Internet.

La idea de WebQuest fue desarrollada en 1995 en la Universidad Estatal de San Diego por Bernie Dodge junto con Tom March y la describió en Some Thoughts About WebQuests. Desde entonces se ha constituido en una de las técnicas principales de uso e integración de Internet en la escuela.

Las experiencias con WebQuest se integran perfectamente al modelo de Van Hiele ya que tratan de convertir el aula en un entorno de trabajo constructivista, donde el profesor es un mediador, el alumno construye su propio conocimiento, cuestiona, averigua, indaga o investiga, y el objetivo del aprendizaje es que el alumno genere nuevos esquemas de conocimiento.

[Índice](#)

## 2.3.2 DISEÑO DE UN WEBQUEST

Según su autor, diseñar un Webquest no es muy diferente de crear cualquier clase de unidad didáctica. El enunciado de la actividad debe orientar a los alumnos, dándoles una tarea factible e interesante, ofreciéndoles los recursos y las orientaciones necesarias, describir cómo serán evaluados, y finalmente resumiendo y "generalizando" la lección. Se puede reducir a un conjunto de seis pasos elementales que reciben los nombres de:

- **INTRODUCCIÓN**

La introducción tiene dos objetivos: a) Orientar al alumno sobre lo que se va a estudiar. b) Incrementar su interés por la actividad haciendo que parezca atractiva, importante para futuras tareas o debido a sus implicaciones globales, divertida....

- **TAREA**

En éste apartado se proporciona al alumno una descripción de que tendrá que haber hecho al finalizar el ejercicio. Puede ser un conjunto de páginas Web, una presentación con Power Point, o tal vez una presentación escrita y/o verbal en la que pueda ser capaz de explicar un tema específico.

- **PROCESO**

En éste apartado se sugieren los pasos que los alumnos deben seguir para completar la tarea, y que pueden incluir estrategias para dividir la tareas en subtareas, descripción de los papeles o perspectivas que los estudiantes deben adoptar. EL profesor puede también añadir orientaciones sobre el aprendizaje, o sobre procesos de dinámica de grupos, tales como la forma de llevar una sesión de tormenta de ideas ("brainstorming"). La descripción del proceso debería ser breve y clara.

- **RECURSOS**

En ésta sección se proporcionan una lista de páginas Web, que el profesor ha localizado previamente, y que ayudarán a los alumnos a realizar la tarea; la preselección de éste tipo de recursos permite que los alumnos se centren en el tema, en lugar de navegar por la red "sin rumbo". Para el autor es importante que se tenga en cuenta que los recursos no tienen porqué estar restringidos al Web.

- **EVALUACIÓN**

Dependiendo del nivel de los alumnos y del tipo de actividad se hará una descripción de lo que se va a evaluar y de cómo se hará. Incluso creo recomendable consensuar con los alumnos los objetivos y alcances de la evaluación. Se propone para el presente trabajo evaluar el trabajo escrito, la presentación oral, y una auto evaluación grupal.

[Índice](#)

## EVALUACIÓN TRABAJO ESCRITO

Aspectos	Insuficiente	Aceptable 2	Buen nivel 3	Excelente 4	Puntuación
<b>Contenidos</b>	<i>Información muy simplista.</i>	<i>El contenido demuestra que se ha entendido lo que han trabajado.</i>	<i>La información es clara y muestra cierta reflexión sobre el tema.</i>	<i>La información es excelente: han entendido el tema, han reflexionado y han llegado a conclusiones.</i>	
<b>Organización de los contenidos.</b>	<i>Confuso, incompleto y sin una dirección clara.</i>	<i>Se han cubierto las diferentes secciones pero no hay conexión ni transición entre ellas.</i>	<i>La organización es adecuada y están relacionadas entre si.</i>	<i>Muestra una planificación cuidadosa y una secuenciación lógica y clara.</i>	
<b>Aspectos lingüísticos.</b>	<i>Muchos errores. Difícil de entender.</i>	<i>Adecuado a pesar de que hay algunos errores.</i>	<i>Fluido y claro a pesar de algunos errores.</i>	<i>Fluido y con un buen nivel lingüístico.</i>	
<b>Presentación</b>	<i>Poco elaborada. Poco visual. No hace servir imágenes, gráficos, enlaces, etc.</i>	<i>La presentación es correcta pero poco atractiva.</i>	<i>La presentación es correcta y visual.</i>	<i>La presentación está muy trabajada y es muy atractiva visualmente.</i>	
<b>Trabajo en grupo</b>	<i>Trabajo demasiado individualista. No hay relación entre las secciones</i>	<i>Se aprecia colaboración y trabajo de equipo en la estructura global.</i>	<i>La tareas individuales están relacionadas entre si.</i>	<i>El documento muestra discusión y planificación conjunta.</i>	

## EVALUACIÓN PRESENTACIÓN ORAL

<b>Aspectos</b>	<b>Insuficiente</b>	<b>Aceptable 2</b>	<b>Buen nivel 3</b>	<b>Excelente 4</b>	<b>Puntuación</b>
<b>Contenidos.</b>	<i>Ideas simplistas.</i>	<i>Ideas correctas pero incompletas.</i>	<i>Han cubierto los diferentes temas.</i>	<i>Han profundizado en los temas.</i>	
<b>Organización de los contenidos</b>	<i>Mal estructurado y difícil de entender.</i>	<i>Secuenciación correcta pero las secciones están aisladas.</i>	<i>Han intentado relacionar las diferentes explicaciones.</i>	<i>Las diferentes secciones se han planificado para hacer una presentación global.</i>	
<b>Comunicación</b>	<i>Poco clara. Difícil de seguir.</i>	<i>Clara y comprensible, en general.</i>	<i>Fluida. El público sigue con interés.</i>	<i>Tono de voz apropiado y lenguaje preciso. Se ha hecho participar al público.</i>	
<b>Materiales audiovisuales de apoyo</b>	<i>Pocos y poco acertado.</i>	<i>Adecuados aunque no los han sabido aprovechar.</i>	<i>Adecuados. Han ayudado a entender los conceptos.</i>	<i>Muy interesantes y atractivos. Han sido un excelente apoyo.</i>	
<b>Trabajo en grupo</b>	<i>Demasiado individualista.</i>	<i>La presentación muestra cierta planificación.</i>	<i>Todos los miembros demuestran conocer la presentación global.</i>	<i>La presentación muestra planificación y trabajo de grupo.</i>	

## AUTO EVALUACIÓN

Aspectos	Insuficiente	Aceptable 2	Buen nivel 3	Excelente 4	Puntuación
<b>Contribuciones al grupo</b>	<i>Sólo parte del grupo se ha implicado.</i>	<i>Casi todos se han implicado y han completado sus tareas.</i>	<i>Todos han colaborado en el grupo, aunque a diferentes niveles.</i>	<i>Todo el grupo se ha implicado en el trabajo de forma similar.</i>	
<b>Puesta en común</b>	<i>Ha habido ciertos conflictos en las discusiones de grupo.</i>	<i>No ha habido conflictos pero no todo el mundo ha participado por igual.</i>	<i>La puesta en común ha servido para planificar y resolver dudas.</i>	<i>Las discusiones han ayudado a la cohesión del grupo.</i>	
<b>Autonomía</b>	<i>Continuamente hemos necesitado al profesor.</i>	<i>Pocas veces hemos necesitado la ayuda del profesor.</i>	<i>Con frecuencia hemos resuelto nosotros mismos los problemas.</i>	<i>Los problemas se discutían en el grupo y se buscaban soluciones conjuntas.</i>	

- **CONCLUSIÓN**

Ésta sección proporciona la oportunidad de resumir la experiencia, animar a la reflexión sobre el proceso y generalizar lo que se ha aprendido. No es una parte crítica de todo el conjunto, pero proporciona un broche (mecanismo de cierre) a la actividad. Puede ser interesante, en ésta sección, sugerir preguntas que el profesor podría hacer en una discusión abierta con toda la clase.

[Índice](#)

## 2.3 RECURSOS INFORMÁTICOS

Para el diseño de la unidad didáctica se utilizaron los siguientes recursos informáticos:

- **MACROMEDIA DREAMWEAVER O MICROSOFT FRONTPAGE**

Editores de código HTML para el diseño visual y la administración de sitios y páginas Web.

- **MACROMEDIA FLASH**

Software para crear pequeñas animaciones y reproducirlas en la Web. El navegador de un usuario necesita el plug-in Flash Player para interpretar las animaciones Flash. Se recurre para la actividad 4 a un enlace con la página Mathématiques magiques de la profesora Thérès Eveilleau quien diseñó un puzzle muy bonito que permite teselar el plano con un cuadrilátero.

- **EDITOR DE LIBROS INTERACTIVOS MULTIMEDIA EDILIM**

Entorno para la creación de materiales educativos interactivos que usa la tecnología Macromedia Flash.

Es el que más se adapta al contenido de la unidad didáctica a desarrollar, permitiendo diseñar fácilmente clasificaciones con arrastrar, seleccionar etc., evaluaciones, crucigramas, ahorcados, completar oraciones...etc. Como se verá en el análisis cualitativo de la unidad se usó para diseñar las actividades 1, 2, 5A, 6, 8, 10.

- **CABRI – JAVA**

Las aplicaciones Cabri-Java son animaciones con la posibilidad de manipulación de los objetos geométricos creados con cabri, a través de cualquier navegador de Internet. Esta nueva tecnología permite la creación de objetos geométricos dinámicos, de gran significación didáctica, basta recordar a Emma Castelnuovo y su modelo de la enseñanza de la geometría intuitiva,...."Es necesario recurrir al objeto y a la acción si se quiere que la enseñanza de la geometría tenga un carácter constructivo...". Esta es la característica que se tuvo en cuenta para el diseño de la actividad 3.

- **NIPPE DESCARTES**

Las aplicaciones de Descartes son escenas educativas con *gráficas* y *números* en las que el alumno puede modificar *parámetros* manipulando *controles* y observar el efecto que esas modificaciones tienen sobre las gráficas y números. Es muy complicado para el diseño de unidades geométricas, pero muy sencillo para el manejo de algoritmos y funciones, de todas formas se diseñó la actividad 5B para poner de manifiesto el uso de los controles.

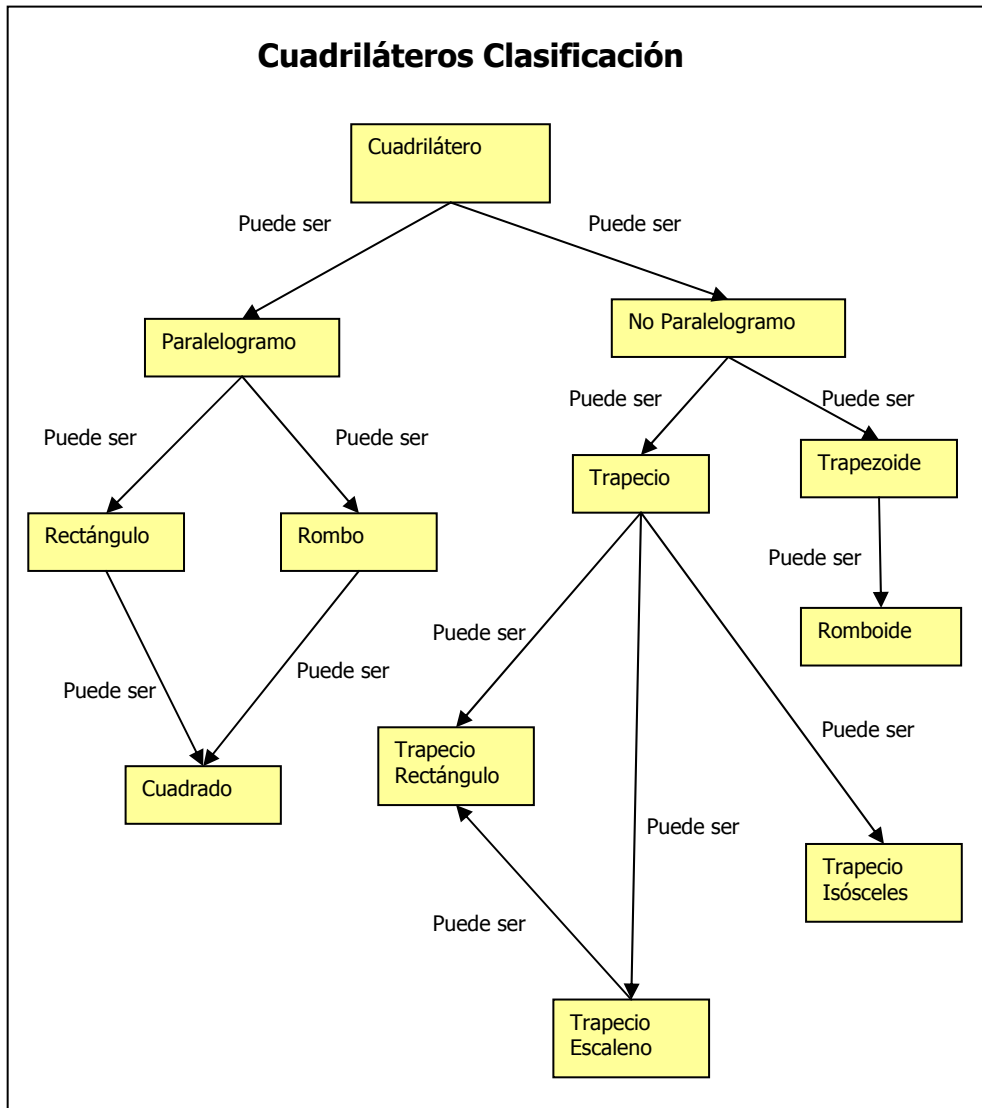
- **GENERADOR DE TEST**

Es una aplicación sencilla que permite realizar test de respuestas múltiples, que se pueden publicar en la web. Es el más sencillo de todos los recursos para diseñar test de respuestas múltiples con evaluación. Se usó en las actividades 7, y 9.

[Índice](#)

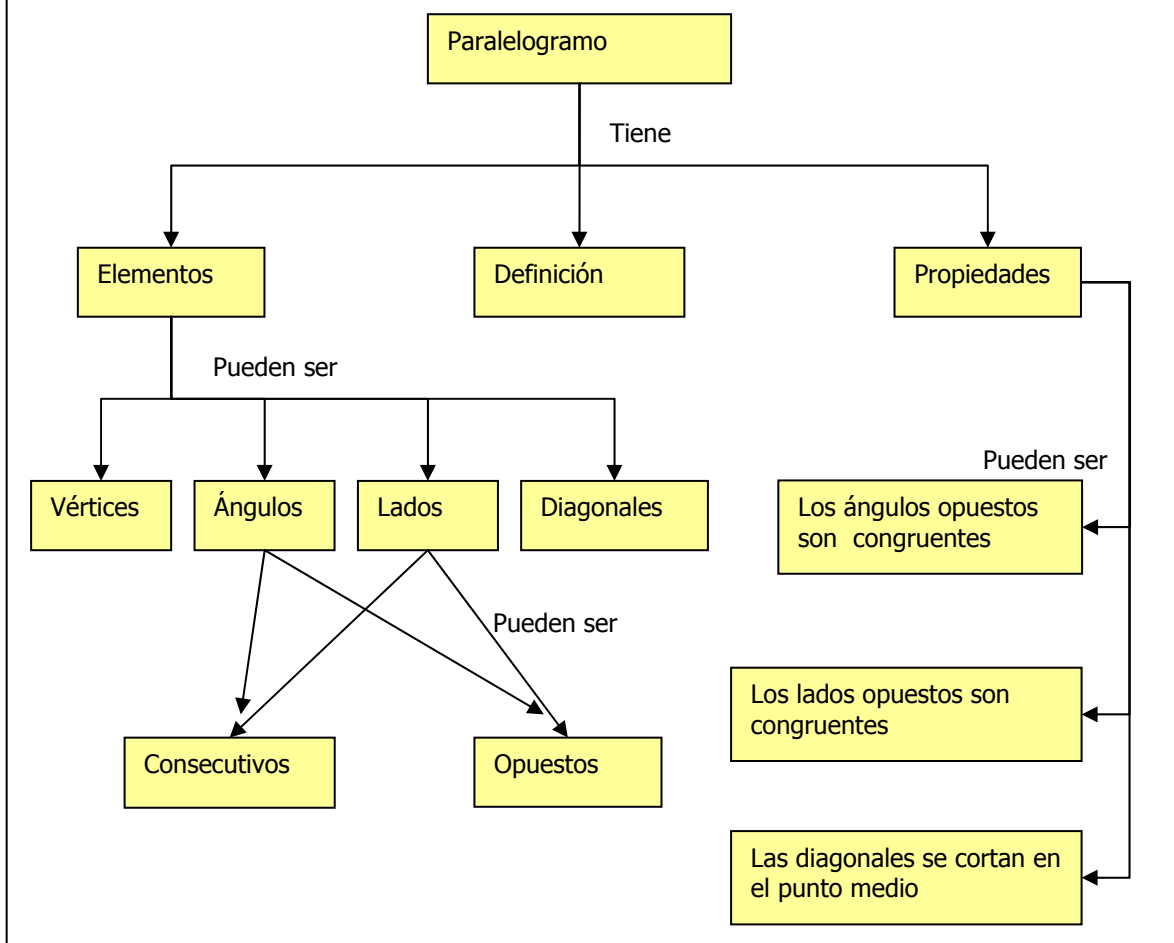
## 2.5 REDES CONCEPTUALES

Dado que el modelo de Van Hiele piensa el aprendizaje como un proceso constructivo obligatoriamente ligado al dominio de redes conceptuales cada vez más complejas es importante para una buena planificación de la unidad didáctica, la construcción de las redes conceptuales a tratar. A modo de ejemplo se muestran a continuación algunas redes conceptuales.

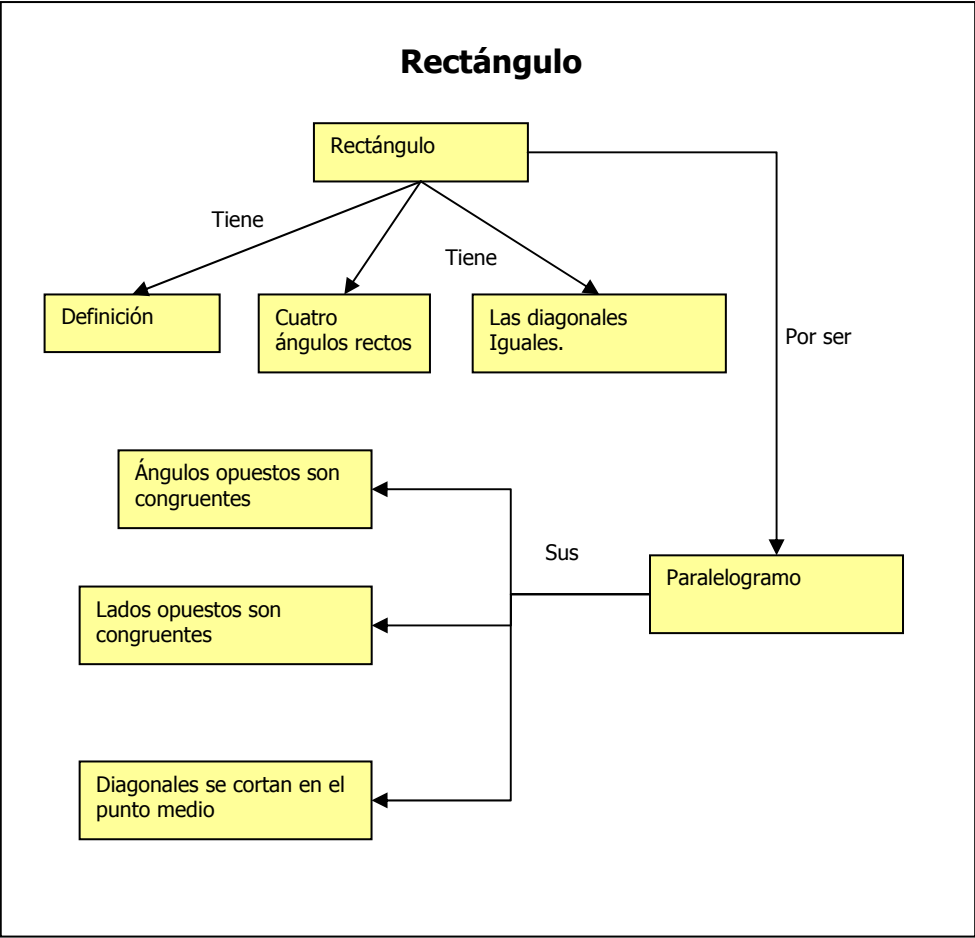


[Índice](#)

## Paralelogramos, elementos y propiedades



[Índice](#)



[Índice](#)

### 3. ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA UNIDAD DE ENSEÑANZA CUADRILÁTEROS

La unidad de enseñanza está dividida en 12 actividades de investigación a las cuales se accede desde el apartado **"Recursos"** de la unidad didáctica **"Cuadriláteros"**, de la página <http://www.coopvvgg.com.ar/sergiorizzolo/>.

El alumno debe realizar tareas complementarias en el **"Cuadernillo de Labores"**, que adjuntará al trabajo escrito.

Para que el lector pueda diferenciar una de la otra, las tareas correspondientes al "Cuadernillo de Labores" se presentan en un recuadro de fondo naranja.

Los comentarios técnicos-pedagógicos se presentan en recuadros de fondo amarillo y con letra cursiva.

#### NIVEL 2 – ANÁLISIS

En este nivel los alumnos se dan cuenta de que los cuadriláteros están formados por partes o elementos dotados de propiedades matemáticas. Pueden describir y enunciar sus propiedades pero siempre de manera informal.

#### FASE 1 – INFORMACIÓN

- **ACTIVIDAD 1**

¿Recuerdas el nombre de los distintos cuadriláteros?

**Nombre - Figura**

Paralelismo

¿Cuál es el nombre de cada figura?

Arrastra las etiquetas

COMPROBAR

*Actividad realizada con Edilim (Flash)*

*El alumno relaciona figura con nombre.*

*Esta primer tarea servirá para introducir en el tema a los alumnos he indicarles el objeto de estudio. Por haber alcanzado el nivel 1, podrán resolver con éxito esta actividad que requiere solamente una percepción global de la figura.*

## FASE 2 – ORIENTACIÓN DIRIGIDA

### • ACTIVIDAD 2

¿Qué cuadriláteros tienen la propiedad indicada?

**Seleccionar**

Propiedades

¿Cuáles tienen ángulos opuestos iguales?

Arrastra los marcos.

COMPROBAR

*Actividad realizada con Edilim (Flash)*

*El alumno arrastra los marcos hasta los cuadriláteros que tienen la propiedad indicada.*

*Los alumnos empiezan a explorar el campo de estudio, por medio de investigaciones sobre las figuras presentadas en la pantalla, el objetivo es que descubran las propiedades de las figuras. Sirve para delimitar los conceptos fundamentales que deben estudiar y sobre los que deben aprender a razonar.*

[Índice](#)

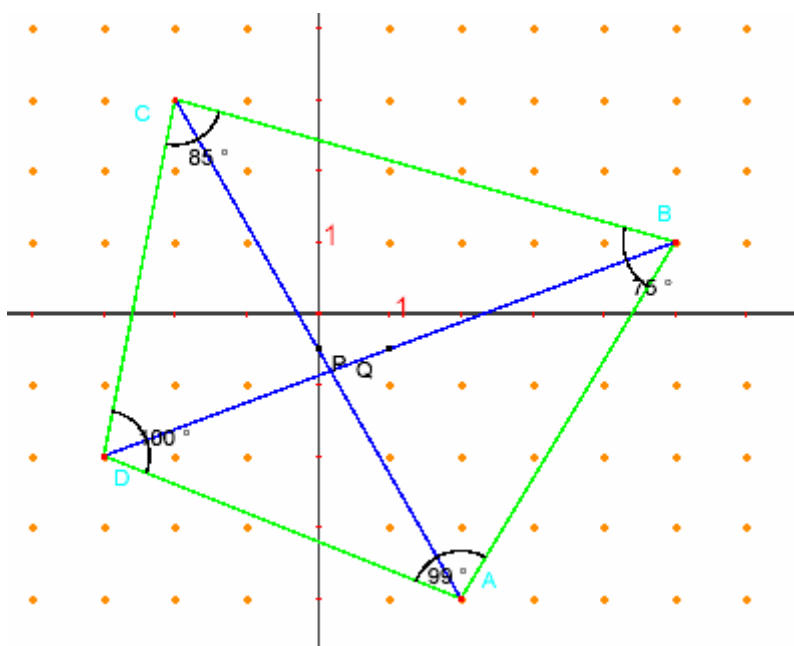
I. Dibuja usando el asistente geométrico los cuadriláteros que cumplan con la propiedad indicada. Los imprimes y adjuntas al cuadernillo de labores.

	<b>Propiedad</b>	<b>Cuadriláteros</b>
<b>Paralelismo</b>	Sin lados paralelos	
	Un solo par de lados opuestos paralelos	
	Dos pares de lados opuestos paralelos	
<b>Ángulos rectos</b>	Cuatro ángulos rectos	
	Tres ángulos rectos y solo tres	
	Dos ángulos rectos y solo dos	
	Un ángulo recto y solo uno	
<b>Ángulos</b>	Ángulos opuesto iguales	
	Dos iguales y dos desiguales	
	Cuatro ángulos iguales	
<b>Igualdad de lados</b>	Cuatro lados iguales	
	Iguales dos a dos	
	Dos iguales y dos no iguales	
	Cuatro lados no iguales	
<b>Diagonales</b>	Diagonales de igual longitud	
	Diagonales que se cortan en el punto medio.	
	Diagonales de igual longitud que se cortan en el punto medio.	
	Diagonales de distinta longitud que se cortan en su punto medio	
	Diagonales perpendiculares	
	Diagonales de distinta longitud	
	Diagonales que no se cortan en su punto medio	

## FASE 4 – ORIENTACIÓN LIBRE

### • ACTIVIDAD 3

Para construir cuadriláteros es importante tener en cuenta las diagonales.



*Actividad realizada con Cabrijava*

*Los vértices A, B, C, D se pueden desplazar en el plano.*

*Modificando las posiciones de los vértices dibuja en la pantalla un rombo que tenga un ángulo obtuso de 127°.*

*Ayuda: Recuerda que si es rombo, las diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio, es decir P y Q son coincidentes.*

*Se pretende que el alumno mejore el conocimiento del tema en estudio mediante el planteamiento de problemas que puedan desarrollarse de diversas formas, que presenten situaciones nuevas, que sean abiertos y con varios caminos de solución. Además se colocan indicios que muestran el camino a seguir.*

II. ¿Que relación encuentras entre las diagonales y los distintos tipos de cuadriláteros?

III. Para transformar un rombo en un cuadrado. ¿Que propiedades cambiarías? ¿Y un paralelogramo en un rectángulo?

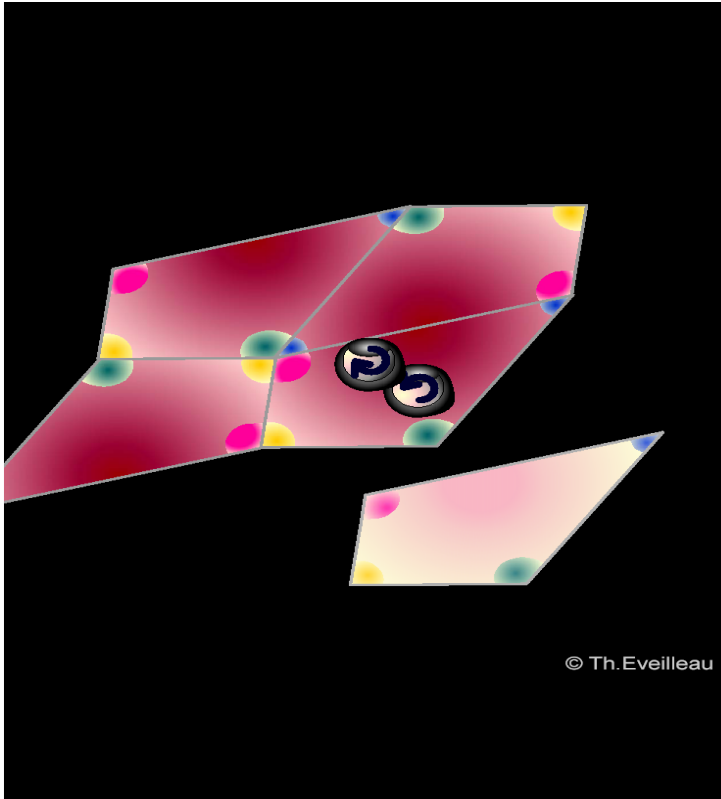
IV. Calcula la medida de los ángulos de un rombo si el ángulo obtuso mide 127 grados

[Índice](#)

- **ACTIVIDAD 4**

Embaldosados

Puzzle "Embaldosa la figura con el cuadrilátero propuesto"



*Flash*

*Puzzle realizado con el programa Flash, extraído de la página*

<http://www.descartes.cnice.mecd.es/matematicas>

*Mathématiques magiques, de la Profesora Thérès Eveilleau*

V. ¿Con que cuadriláteros podemos recubrir el plano?

VI. ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero?

VII. Recubre un rectángulo de 12cmx12cm con trapezoides similares a los del puzzle.

[Índice](#)

## FASE 5 - INTEGRACIÓN

- ACTIVIDAD 5A

**Propiedades - Clasificación**

¿Qué propiedades pertenecen al CUADRADO?

<div style="background-color: #0000FF; color: #FFFFFF; text-align: center; padding: 2px; font-weight: bold;">PERTENECEN</div> <div style="border: 1px solid #0000FF; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>DIAGONALES PERPEN- DICULARES</b></div> <div style="border: 1px solid #0000FF; height: 100px; width: 100%;"></div>	<div style="border: 1px solid #0000FF; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>DIAGONALES IGUALES</b></div> <div style="border: 1px solid #0000FF; padding: 5px;"><b>LADOS OPUESTOS PARALELOS</b></div>	<div style="background-color: #0000FF; color: #FFFFFF; text-align: center; padding: 2px; font-weight: bold;">NO PERTENECEN</div> <div style="border: 1px solid #0000FF; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>UN SOLO PAR DE LADOS PARALELOS</b></div> <div style="border: 1px solid #0000FF; height: 100px; width: 100%;"></div> <div style="background-color: #008080; color: #000000; text-align: center; padding: 2px; margin-top: 5px; font-weight: bold;">COMPROBAR</div>
---	--	--

Arrastra las tarjetas hasta la caja correspondiente

1 ➔

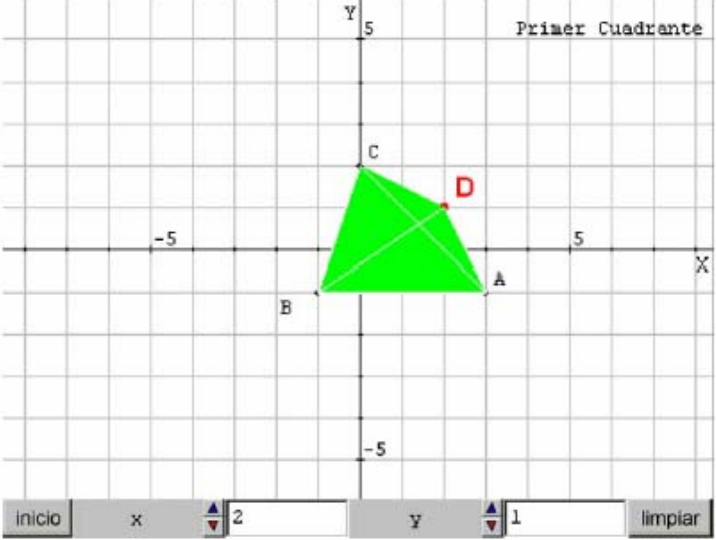
*Actividad realizada con Edilim (Flash)*

*El alumno mueve las tarjetas dentro de la caja pertenecen si la propiedad que contiene pertenece a la figura*

*En este problema no se aporta ningún concepto o propiedad nueva, se trata de tener una visión general de los contenidos.*

[Índice](#)

## ACTIVIDAD 5B

	<p style="text-align: center;"><i>Actividad realizada con NippeDescartes</i></p> <p>En la Figura los puntos A, B, C, y D son vértices de un cuadrilátero, A, B, C son puntos fijos del plano D es variable su posición en el plano se modifica con las flechas de los controles.</p> <p>Desplaza el vértice D, y encuentra las coordenadas, para que el cuadrilátero de la figura se transforme en un paralelogramo.</p> <p><i>Ayuda: Hay tres soluciones, una en el primer cuadrante, otra en el tercero, y otra en el cuarto.</i></p>
<p>Se relacionan los nuevos contenidos con otro desarrollado previamente "Sistema de referencia cartesiano".</p>	

VIII. Asocia a cada tipo de cuadrilátero la o las propiedades que le correspondan

Propiedades	Cuadriláteros
Tiene un solo par de lados paralelos	Paralelogramo
Cuatro ángulos iguales	Rectángulo
Diagonales que se cortan en su punto medio	Rombo
Lados opuestos iguales	Cuadrado
Ángulos opuestos iguales	Trapezio Rectángulo
Solo dos ángulos rectos	Trapezio Isósceles
Solo un ángulo recto	Trapezios
	Trapezoide
	Romboide

IX. ¿Qué cuadriláteros cumplen que sus diagonales se cortan perpendicularmente y en su punto medio?

X. Dibuja todos los cuadriláteros que tengan sus cuatro lados iguales

XI. ¿Qué cuadriláteros tienen dos ángulos agudos y dos obtusos?

XII. ¿Cómo le describirías a un amigo verbalmente un trapezio isósceles?

[Índice](#)

### NIVEL 3

En este nivel comienza la capacidad de razonamiento formal, reconocerán que unas propiedades se deducen de otras y descubrirán esas implicaciones. Podrán clasificar lógicamente las diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades y comprender el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.

#### FASE 2 – ORIENTACIÓN DIRIGIDA

##### • ACTIVIDAD 6

Definiciones

#### Rectángulo

¿Cuál de las siguientes frases es relevante para caracterizar la imagen de la figura?



- Lados opuestos iguales
- Cuatro ángulos iguales
- Diagonales de igual longitud
- Lados opuestos paralelos

*Actividad realizada con Edilim (Flash)*

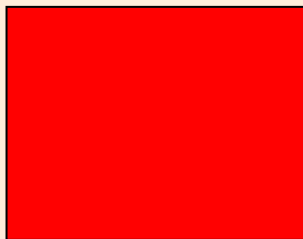
*El alumno selecciona la respuesta correcta después de analizar cuál de ellas es la más relevante.*



*El análisis de las propiedades relevantes e irrelevantes los llevará a la definición de rectángulo. Este procedimiento se repite para cada uno de los cuadriláteros.*

[Índice](#)

XIII. ¿Podrías eliminar alguna de las propiedades de manera que el rectángulo quedase bien caracterizado?



<b>Propiedades</b>
Lados opuestos paralelos
Cuatro ángulos rectos
Lados opuestos iguales
Diagonales de igual longitud
Diagonales de igual longitud que se cortan en el punto medio

[Índice](#)

## • ACTIVIDAD 7

Cada uno de los ítem siguientes, plantea una afirmación que debes considerar cierta, y con base en ella decidir cuales de las proposiciones deducidas a partir de ella es verdadera.

1. **Si es rombo, las diagonales son perpendiculares.**
  - a)  Si tiene diagonales perpendiculares, es rombo.
  - b)  Si no es rombo, entonces sus diagonales no son perpendiculares.
  - c)  Si no tiene sus diagonales perpendiculares, entonces no es rombo.
2. **Si es rectángulo, los lados opuestos son iguales.**
  - a)  Si no tiene los lados opuestos iguales, entonces no es rectángulo.
  - b)  Si no es rectángulo, entonces los lados opuestos no son iguales.
  - c)  Si tiene lados opuestos iguales, entonces es rectángulo.
3. **Si es cuadrado, tiene los ángulos iguales.**
  - a)  Si no es cuadrado, entonces los ángulos no son iguales.
  - b)  Si tiene los ángulos iguales, entonces es cuadrado.
  - c)  Si no tiene ángulos iguales, entonces no es cuadrado.

Puntuación

Limpiar

*Actividad realizada con el Generador de Test*

*El alumno selecciona la respuesta correcta, al final se realiza la corrección, y se calcula el puntaje obtenido.*

*En esta actividad en forma implícita se analizan relaciones de implicación*

XIV. Selecciona Verdadero o Falso. En el caso que la proposición sea falsa, debes justificar con un contraejemplo.

- a) Si los cuatro lados son iguales entonces los ángulos opuestos son iguales.

Verdadero o Falso

- b) Si los ángulos opuestos son iguales entonces los cuatro lados son iguales.

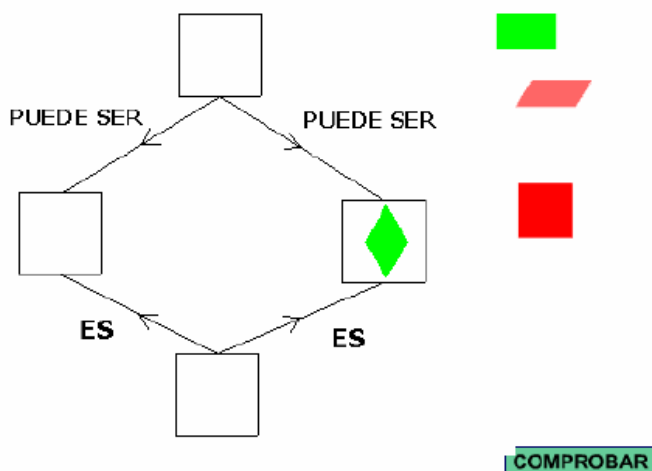
Verdadero o Falso

[Índice](#)

• ACTIVIDAD 8

Clasificación

Mover las imágenes dentro de los nodos de la red conceptual.



Actividad realizada con Edilim (Flash)

El alumno mueve las imágenes dentro de los nodos de la red conceptual de manera tal que las proposiciones resultantes sean válidas.

El objetivo de esta tarea es propiciar en los alumnos la realización de clasificaciones inclusivas

XV. Justifica

- a) ¿Un cuadrado es un rectángulo?
- b) ¿Un rectángulo es un cuadrado?
- c) Los cuadrados ¿Son rombos? ¿Y viceversa?
- d) ¿Un rectángulo es un paralelogramo?
- e) Los Paralelogramos ¿Son trapecios? ¿Y viceversa?

[Índice](#)

## • ACTIVIDAD 9

Cada uno de los ítem siguientes plantea dos proposiciones, debes decidir si son ambas verdaderas, ambas falsas, o una verdadera y otra falsa.

- Si es rectángulo, entonces tiene los ángulos iguales.**
1. **Si tiene los ángulos iguales, entonces es rectángulo.**
- a)  ambas verdaderas.  
b)  ambas falsas.  
c)  una verdadera y otra falsa.
- Si tiene los lados iguales, entonces es cuadrado.**
2. **Si es cuadrado, entonces tiene los lados iguales.**
- a)  ambas verdaderas.  
b)  ambas falsas.  
c)  una verdadera otra falsa.
- Si es paralelogramo, entonces los lados opuestos son paralelos.**
3. **Si los lados opuestos son paralelos, entonces es paralelogramo.**
- a)  ambas verdaderas.  
b)  ambas falsas.  
c)  una verdadera y otra falsa.

Puntuación

Limpiar

*Actividad realizada con el Generador de Test*

*El alumno selecciona la respuesta correcta, al final se realiza la corrección, y se calcula el puntaje obtenido.*

*Se persigue el establecimiento de condiciones necesarias y suficientes*

XVI. Completar las siguientes proposiciones, eligiendo y justificando las respuestas que das.

- a) Lados opuestos paralelos implica lados.....
- iguales
  - Desiguales
  - opuestos iguales

Busca contraejemplos si es necesario

¿Es cierto el recíproco?

- b) Lados opuestos paralelos implica ángulos.....
- Iguales
  - opuestos desiguales
  - opuestos iguales

Busca contraejemplos si es necesario

¿Es cierto el recíproco?

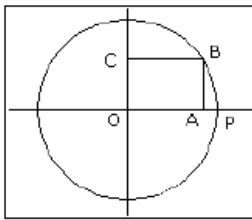
[Índice](#)

## FASE 4 – DE ORIENTACIÓN LIBRE

### • ACTIVIDAD 10

#### Problemas

En la figura, O es el centro de la circunferencia. El cuadrilátero OCBA es rectángulo, donde  $OA=5$  y  $AP=1$ , ¿Cuánto mide CA?



6

5

7

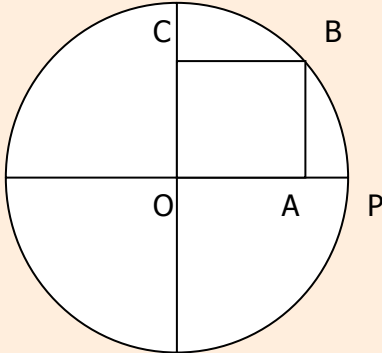
*Actividad realizada con Edilim (Flash)*

*El alumno selecciona la respuesta correcta. Debe aplicar una propiedad de los rectángulos*

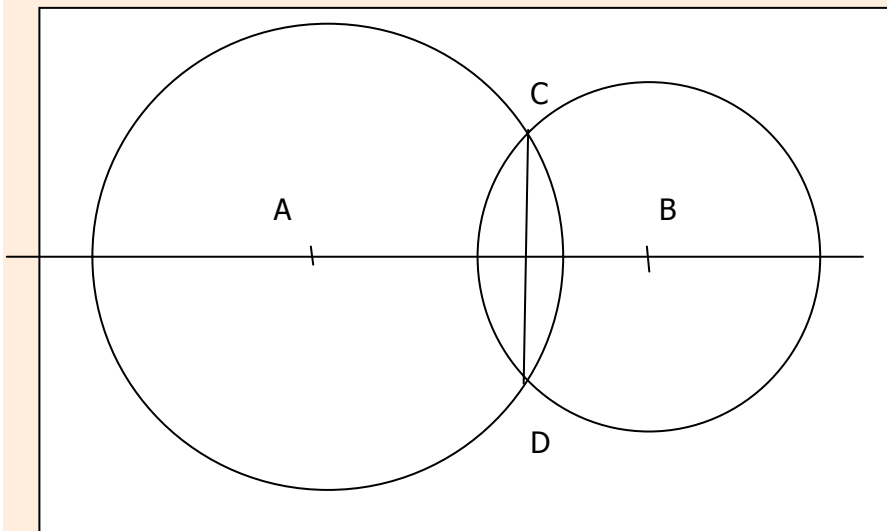
1 →

XVII. Problemas

a) En la figura, O es el centro de la circunferencia. El cuadrilátero OCBA es rectángulo, donde  $OA=5$  y  $AP=1$ , ¿Cuánto mide CA? Razona la respuesta



b) Dados dos circunferencias de centros A y B, de distintos radios, que se cortan en dos puntos C y D. Deducimos que el segmento AB es perpendicular al segmento CD por que:



- I. ACBD es Rombo
- II. ACBD es Cuadrado
- III. ACBD es Romboide

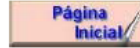
c) Justifica que cualquiera de las tres definiciones caracteriza a un cuadrado:

- I. Un cuadrado es un paralelogramo con un ángulo recto y diagonales perpendiculares
- II. Un cuadrado es un rombo, con diagonales de igual longitud
- III. Un cuadrado es un rectángulo con los lados de igual longitud

## FASE 5 – FASE DE INTEGRACIÓN

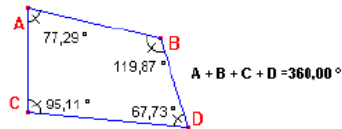
### • ACTIVIDAD 1 1

## CUADRILÁTEROS

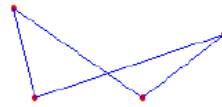


Un cuadrilátero es un polígono de 4 lados.

La suma de los ángulos interiores es  $360^\circ$ .



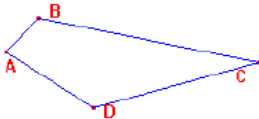
En todo lo que se escribe a continuación, nos referimos a cuadriláteros no cruzados, esto es, excluimos figuras del tipo que se representa a la derecha. Sin entrar en la discusión de si son o no cuadriláteros, que en todo caso dependerá de la definición que se tome.



### CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS

La primera gran división que podemos realizar es cuadriláteros convexos y cuadriláteros no convexos, llamados puntas de flecha o deltoides.

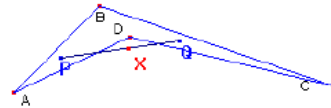
#### CUADRILÁTERO CONVEXO



Cada uno de los ángulos interiores es menor de  $180^\circ$ .

O bien, dados dos puntos cualesquiera interiores al cuadrilátero, el segmento que los une tiene todos sus puntos interiores al cuadrilátero.

#### CUADRILÁTERO NO CONVEXO (CÓNCAVO)



Uno de los ángulos (D) es mayor de  $180^\circ$ .

Podemos encontrar dos puntos, P, Q, tales que el segmento PQ tenga puntos, X, exteriores al cuadrilátero

Página  
<http://roble.cnice.mecd.es>

creada por:  
Jose Manuel Arranz  
IES Europa  
Ponferrada. León

Contenido: Cuadriláteros,  
Clasificación, propiedades,  
definiciones.

Tiene imágenes interactivas  
creadas con Cabri-Java

[Índice](#)

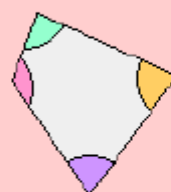
• ACTIVIDAD 12

## CUADRILATEROS

Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados y cuatro ángulos. Los lados de un cuadrilátero pueden ser: **consecutivos** u **opuestos**. De acuerdo a la igualdad o al paralelismo de sus lados, podemos clasificarlos en:

SEGUN EL PARALELISMO	SEGUN LA IGUALDAD
<b>trapezoide</b> 	
<b>trapezio</b> 	<b>semirromboide</b> 
<b>paralelogramo</b> 	<b>romboide</b> 
<b>rectángulo</b> 	<b>rombo</b> 
<b>cuadrado</b> 	

La suma de los ángulos de todo cuadrilátero su



Si recortamos los cuatro ángulos de un cuadrilátero cualquiera y los colocamos en forma consecutiva, veremos que al juntarlos en un punto, el ángulo formado es un ángulo llano (180°). Si los colocamos en forma consecutiva, veremos que al juntarlos en un punto, el ángulo formado es un ángulo llano (180°). El ángulo formado es de 360°.

Página <http://www.escolar.com>

Creada por Julio C. Ronchi Rivara

Contenido:  
Cuadriláteros,  
Clasificación,  
propiedades,  
definiciones.

Para cerrar este nivel se proponen enlaces, con contenidos de cuadriláteros su clasificación y propiedades, que sirvan de marco estructural al trabajo escrito que presentaran los alumnos.

[Índice](#)

## 4. BIBLIOGRAFÍA

- Santaló "Matemática. Iniciación a la creatividad", Kapeluz, BsAs, 1994
- Santaló, Luis y colaboradores, "Enfoques, hacia una didáctica humanista de la matemática", Troquel, BS. As., 1994.
- Castelnuovo, Emma; "*Didáctica de la Matemática Moderna*", México. Serie de Matemáticas. Edit. Trillas, 1997.
- Castelnuovo, Emma; "*Geometría intuitiva*", Labor, España, 1963.
- Puig Adam, Pedro; "*Curso de Geometría Métrica. Fundamentos*". Madrid. Ediciones Gomez Puig, 1980.
- Berté, Annie; "*Matemática Dinámica*". Red Federal de Formación Docente Continua. A-Z Editora. Capital Federal, 1999.
- José Luis Abreu León y Marta Oliveró Serrat; "Nippe Descartes 3D", Ministerio de Educación y Ciencia, España, 2005. <http://descartes.cnice.mec.es/>.
- Tutorial cabri Java, <http://platea.cnice.mecd.es/~mcarrier/tutorial.htm#Inicio> .
- Cabri-Java Project - version 1.1.0 <http://www.cabri.net/cabrijava/>, 2004
- Eric Bainville, Manual del usuario Cabri Géomètre II Plus, CABRILOG S.A.S 2003.
- Carrillo de Albornoz Agustín, Cabri Géomètre II Plus, Una aventura en el mundo de la geometría, Ra-Ma S.A., España 2004.
- JAIME, A.; GUTIERREZ, A; Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele, en Linares, S.; Sánchez, M.V. (eds.), Teoría y práctica en educación matemática (colección "Ciencias de la Educación" nº 4) (Alfar: Sevilla), pp. 295-384.; Universidad de Valencia, Valencia, 1990. <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/textos.html>
- Arriero, C. y García, I. Descubriendo la geometría del entorno con Cabri, Narcea S.A., España 2000.
- Annie Berté, Matemática de EGB3 al Polimodal, AZ editora, Bs. As. 1996.
- G. Polya, Cómo plantear y resolver problemas, Trillas S.A., México, 1965.
- Delores M. Etter. Solución de problemas de ingeniería con Matlab, Prentice Hall Hispanoamericana S.A., 1997
- Susana Semino / Susana Englebert / Stella Pedemonti. 3er Ciclo EGB, Matemática A.Z editora S.A., 1997.
- LIM, Libros interactivos multimedia. <http://www.educalim.com/cinico.htm>
- Adela Jaime Pastor, Evaluación del nivel de razonamiento, Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele, Tesis doctoral, Valencia 1993.
- Villarejo de Salvanés, WebQuest un modelo educativo para Internet, Curso, <http://platea.pntic.mec.es/~jferna5/recursos/Fichaprofesor.htm>, 2003.

[Índice](#)

## **5. ANEXO: CUADERNILLO DE LABORES**